

È
Eserciti

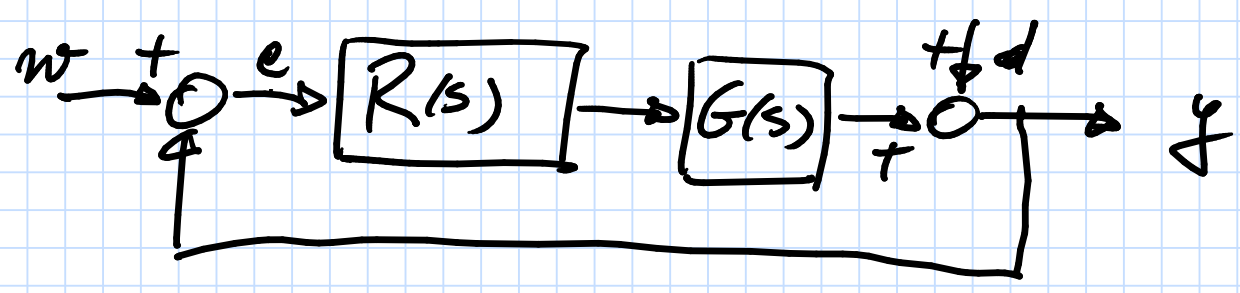
su progetto

di replacci

11 giugno 2020

Fondamenti di telecomunicazioni

o.e. 2019/2020



$$G(s) = \frac{10}{1+10s} e^{-2s}$$

Specifiche di progetto

- (a) $e_{ss} \rightarrow 0$ per $w(t) = A \cdot \sin(t)$ $A, B \in \mathbb{R}$
 $d(t) = B \cdot \sin(t)$
- (b) considerando $d=0$, $\omega_c \geq 0,5$ rad/s
- (c) considerando $d=0$, $\varphi_{m} \geq 30^\circ$

(a) si decide un sistema di "tipo 1"

$$R_s(s) = \frac{\mu}{s} \quad R(s) = R_1(s) \cdot R_2(s)$$

$$G(s) = G'(s) \cdot e^{-2s}$$

↓ influenza modifica fase della risposta in frequenza ma non il modulo

Se ω_c fosse la frequenza critica allora

$$|G(j\omega)| = |G'(j\omega)| \cdot \underbrace{1}_{|e^{-2j\omega}|}$$

Ma

$$\angle G(j\omega) = \angle G'(j\omega) + \angle e^{-2j\omega}$$

Se voglio rispettare le specifiche (b), (c) su la FAT $G(s)$, allora devo modificare la fase proiettare il replotare $R(s)$ utilizzando $G'(s)$

$\omega_c \rightarrow$ req. invariata

$$\varphi_M \geq 30^\circ \Rightarrow \varphi_M \geq 30^\circ + |\angle e^{-2j\omega_c}|$$

1° realizza

$$\textcircled{a} \Rightarrow R_1(s) = \frac{K}{s} \quad G'(s)$$

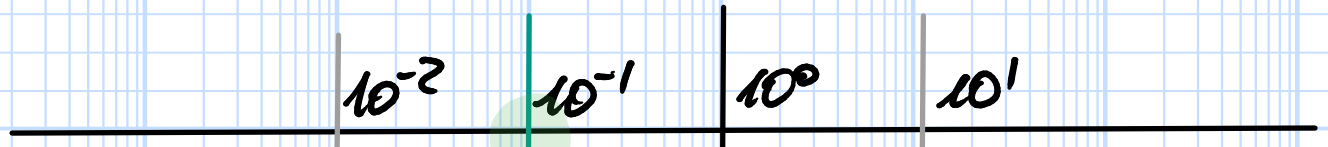
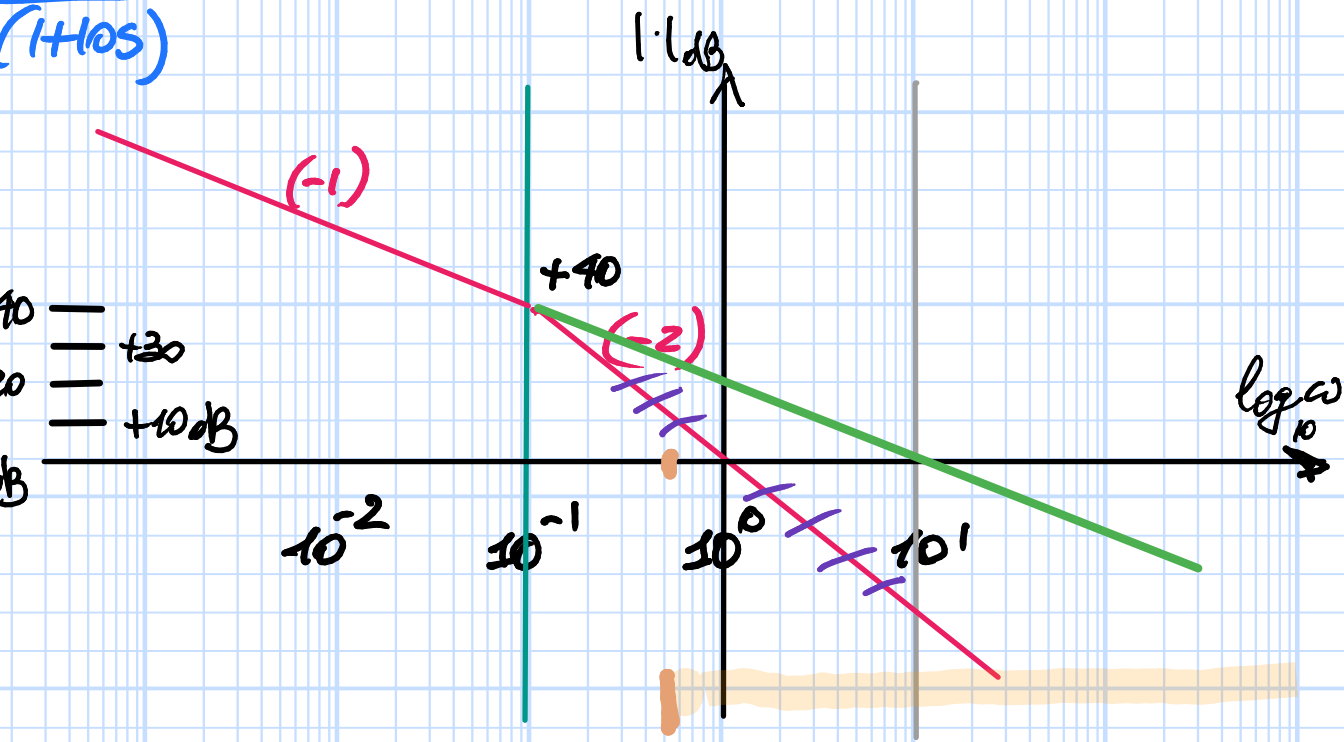
$$L_1'(s) = \frac{10\mu}{s(1+10s)}$$

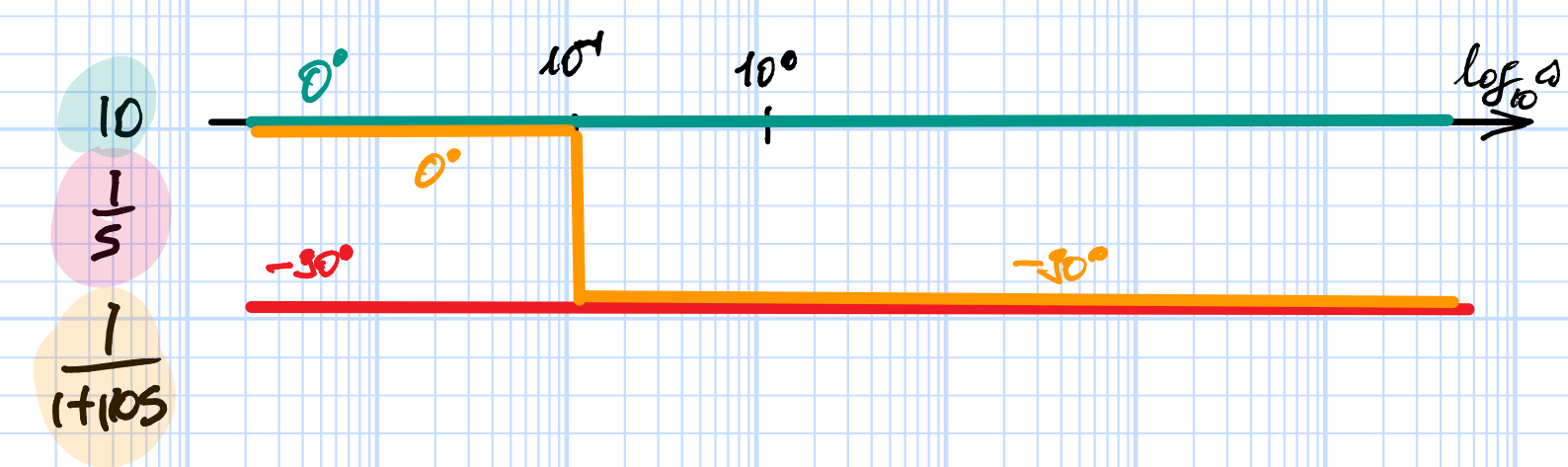
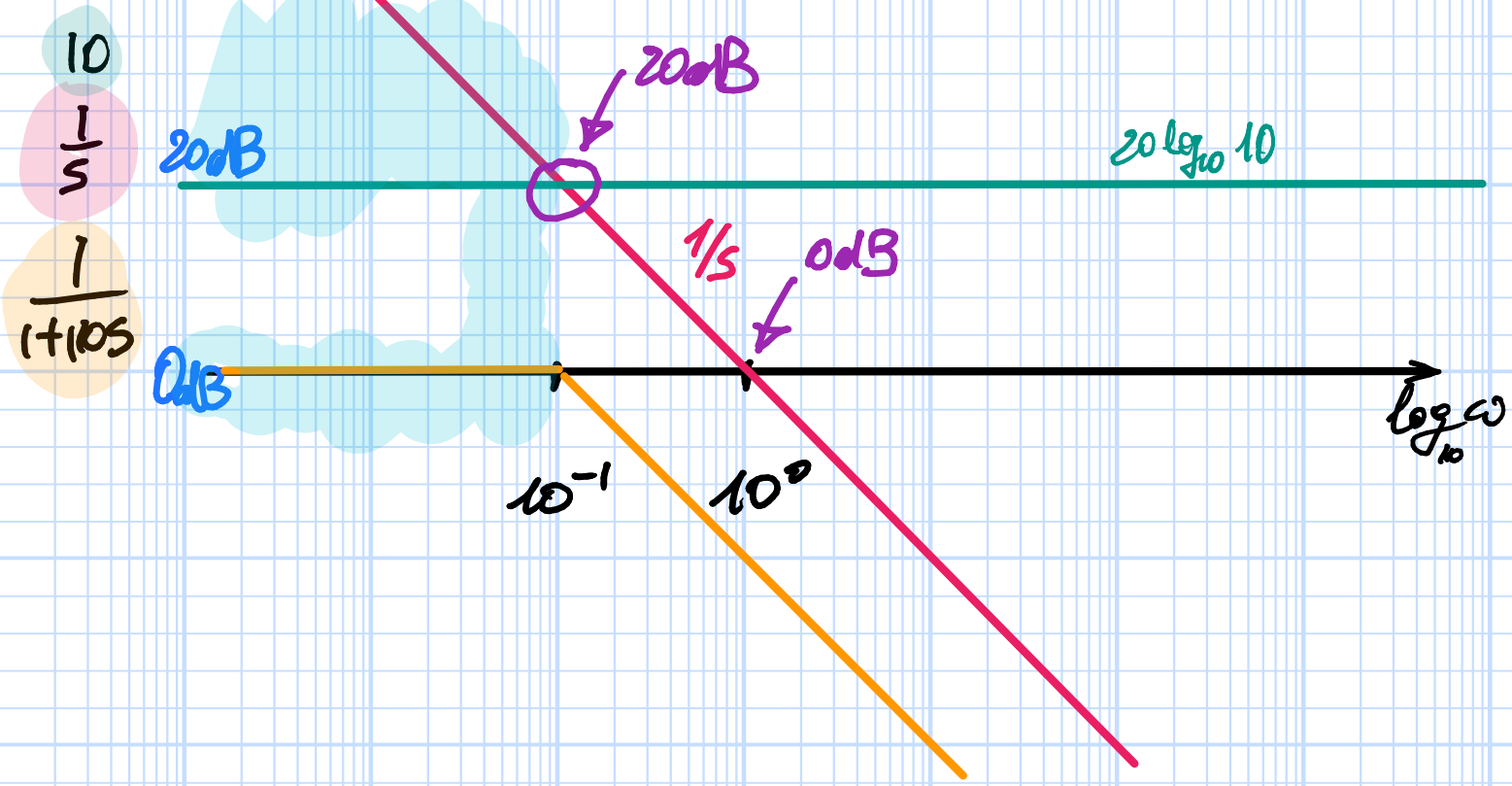
$$L'(s) = \frac{10\mu}{s(1+10s)}$$

$\mu=1$

$$\frac{10\mu}{s \cdot 1}$$

- +40
- +30
- +20
- +10dB
- 0dB





$$R(s) = R_1(s) \cdot R_2(s)$$

$$G'(s) = \frac{10}{1+10s}$$

$$L = \frac{\mu}{s} \cdot (1+10s) \quad \text{PI} \quad \frac{k(1+z_1s)}{s}$$

$$L_2'(s) = \frac{10\mu \cancel{(1+10s)}}{s \cancel{(1+10s)}} = \frac{10\mu}{s}$$

Adesso tempo conto del rifondo finito

$$\angle L_2'(j\bar{\omega}) + \angle e^{2j\bar{\omega}} \geq -150^\circ \quad \varphi_m \geq 30^\circ$$

$$-\frac{\pi}{2} - 2\bar{\omega} \geq -\frac{5\pi}{6}$$

$$2\bar{\omega} \leq \frac{\pi}{3}$$

$$\left[\frac{1}{2} \leq \right] \bar{\omega} \leq \frac{\pi}{6} \approx 0,5236 \dots$$

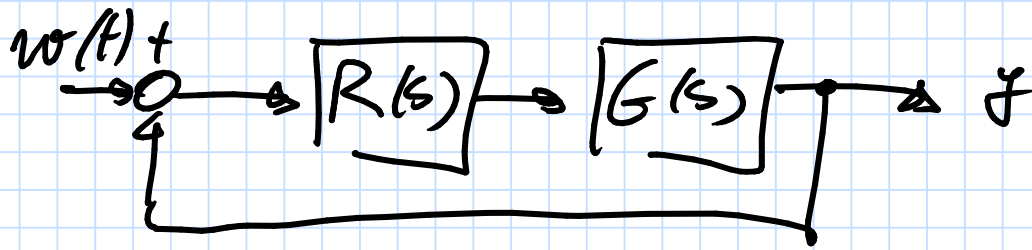
$$\text{pu es } \bar{\omega} = 0,52 \Rightarrow \frac{10\mu}{\bar{\omega}} = 1 \Rightarrow \mu = \frac{\bar{\omega}}{10}$$

$$\varphi_m \geq 30^\circ \Rightarrow'$$

$$\angle L_2'(j\bar{\omega}) = -90^\circ$$

$$\angle L_2(j\bar{\omega}) = -90^\circ - 2 \cdot 0,52 \cdot \frac{60^\circ}{1} \approx -149^\circ 32'$$

Discretizzazione con formule di Tustin



il regolatore $R(s) = 75 \frac{1}{s(1+0,5s)}$

garantire le prestazioni

(a) $\omega_c \geq 2,3 \text{ rad/s}$

(b) $\varphi_m \geq 74^\circ$

Determinare $R_{TO}(z)$ in modo che

(P1) sia rispettato il valore del guadagno

(P2) T_s tale da le diminuzione del margine di fase (struttura) sia

$$\left| \varphi_m \right| \leq 4^\circ$$

$$|\Phi_{lim}| = \left| -\frac{\bar{\omega}_c T_s}{2} \cdot \frac{180}{\pi} \right|$$

$\bar{\omega}_c$ pulsazione critica

T_s periodo di campionamento

$$\frac{\bar{\omega}_c T_s}{2} \frac{180}{\pi} \leq 4^\circ \Rightarrow T_s \leq \frac{8\pi}{180 \cdot \bar{\omega}_c} \approx 6 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

$$\bar{\omega}_c = 7,3 \text{ rad/s}$$

$$\dots \omega_c \leq \omega_s \leq \dots \omega_c$$

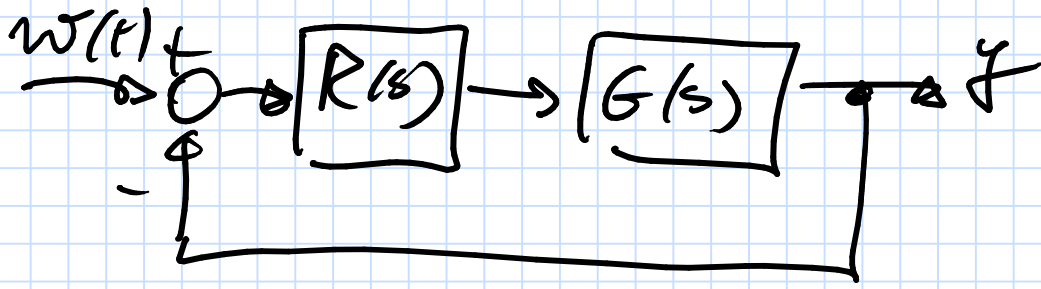
per es. $T_s = 5 \cdot 10^{-2} \text{ s}$

$$R_{T0}(z) = \frac{1}{25} \cdot \frac{1}{\frac{z}{T_s} \frac{z-1}{z+1} \cdot \left[1 + \frac{1}{\cancel{z}} \frac{\cancel{z-1}}{T_s} \frac{z-1}{z+1} \right]}$$

$$= \frac{25 T_s^2}{2} \frac{(z+1)^2}{(z-1) \left[(T_s+1)z + (T_s-1) \right]}$$

Progetto di sistema instabile

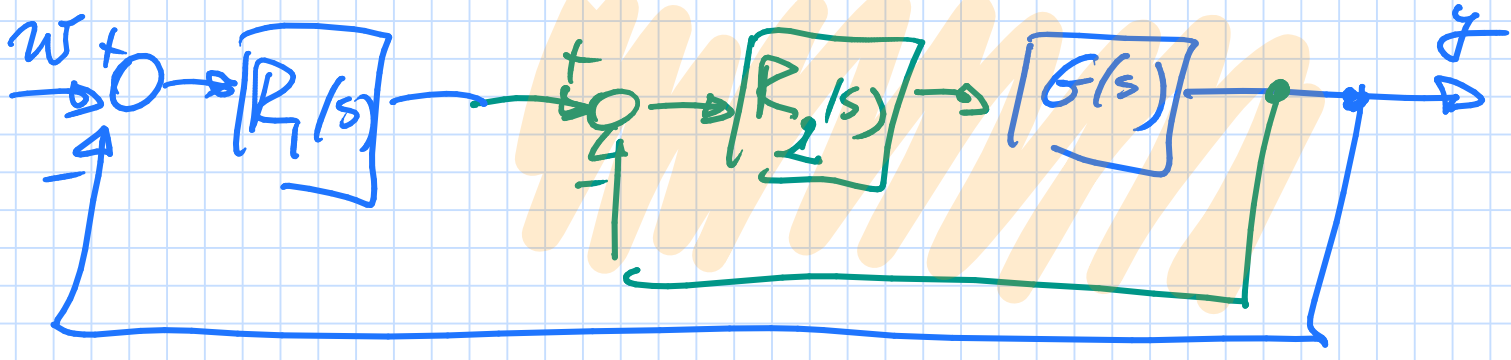
3/7/2012



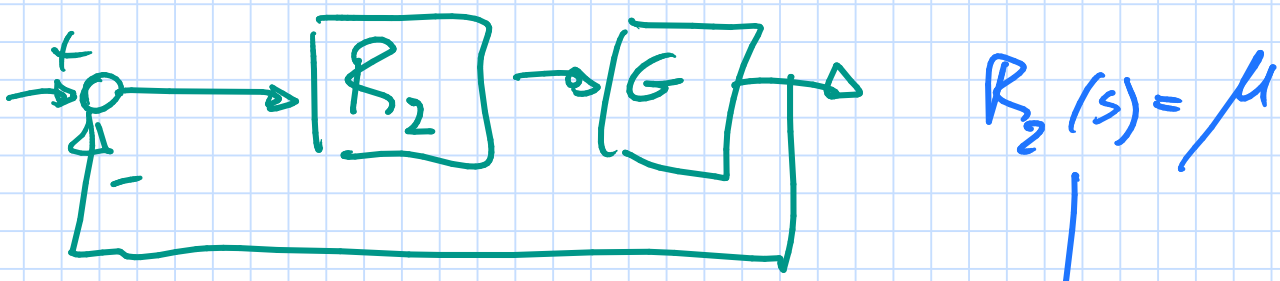
$$G(s) = \frac{1+2s}{(1-s)(1+10s)}$$

- Richiede:
- (a) sistema es. stabile e ad alta banda
 - (b) $\omega_c \geq 10$ rad/s
 - (c) $\varphi_m \geq 60^\circ$

Strategie a doppio anello



$F_2(s)$ r.s. double



$$F_2(s) = \frac{R_2(s)G(s)}{1 + R_2(s)G(s)}$$

$$R_2(s) = \mu$$

$$(1-s)(1+10s) + \mu(1+2s) = \tilde{P}_{F_2}(s)$$

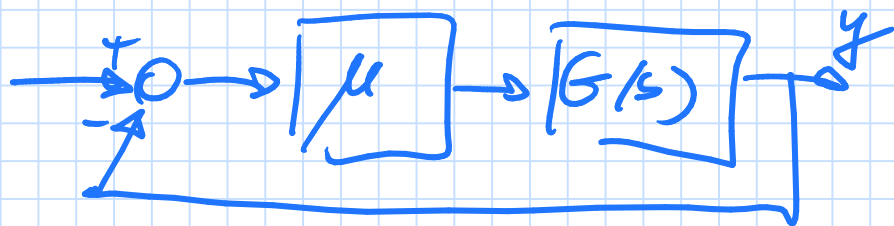
$$-10s^2 + (3+2\mu)s + \mu = \tilde{P}_{F_2}$$

$$\begin{array}{c|cc} 2 & -10 & \mu \\ 1 & 3+2\mu & \\ 0 & \mu & \end{array}$$

$$\begin{cases} 3+2\mu < 0 \\ \mu < 0 \end{cases}$$

$$\mu < -\frac{3}{2}$$

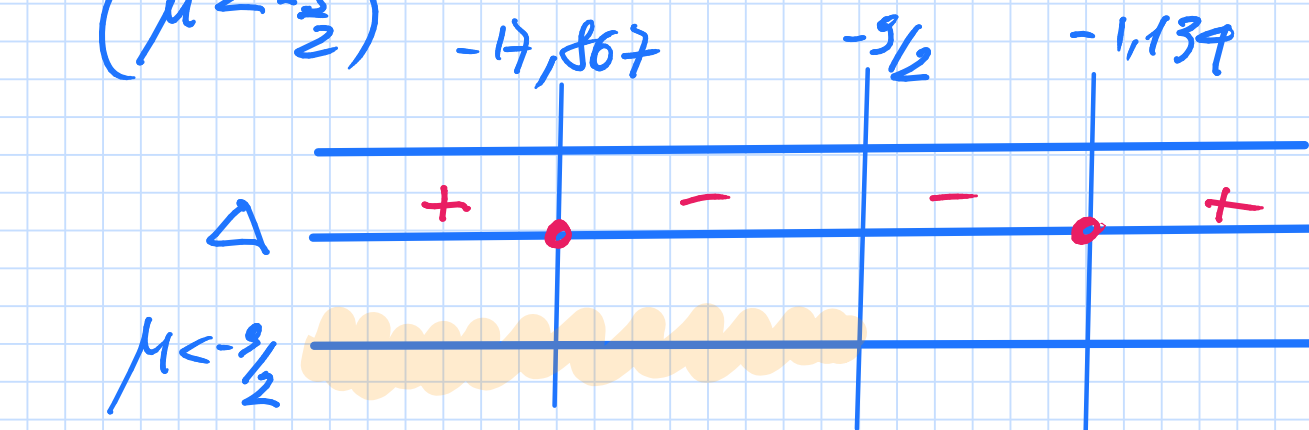
$\mu < -\frac{9}{2}$ obľ. asymptota



$$\tilde{P}_{F_2}(s) = 10s^2 - (9 + 2\mu)s - \mu = 0$$

$$\Delta = (9 + 2\mu)^2 + 40\mu = 4\mu^2 + 16\mu + 81$$

$$\left(\mu < -\frac{9}{2}\right)$$



$$-17,867 < \mu < -\frac{9}{2}$$

2 pli konj. komplex.

$$\mu < -17,867$$

2 pli reálne distincté

$$\mu = -5$$

$$\mu = -20$$

$$\mu = -2000$$

pre $\mu = -5$

$$F_2(s) = \frac{1 + 2s}{1 + \frac{1}{5}s + 2s^2}$$

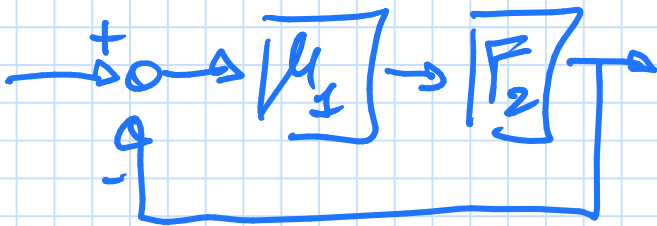
$$F_2(s) = \frac{1 + 2s}{1 + \frac{1}{5}s + 2s^2}$$

$$\mu_{F_2} = 1$$

$$\frac{s + 2s}{1 + \frac{2s}{\omega_n}s + \frac{s^2}{\omega_n^2}}$$

$$\omega_n^2 = \frac{1}{2} \quad \omega_n = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,7 \dots$$

assumiamo $\omega_c \ll \omega_n$



NB in realtà c'è un picco di risonanza!

$$\frac{2\xi}{\omega_n} = \frac{1}{5}$$

$$\sqrt{2} \frac{\xi}{2} = \frac{1}{5}$$

$$\xi = \frac{\sqrt{2}}{20} \approx 0,07$$

coeff. di smorzamento molto piccolo!

→ picco di risonanza elevato!

→ brusco salto di fase in corrispondenza di ω_c

Di nuovo $\omega_c > \omega_n$ per determinarla l'unico modo consiste nel risolvere $|F_2(j\omega)| = 1$

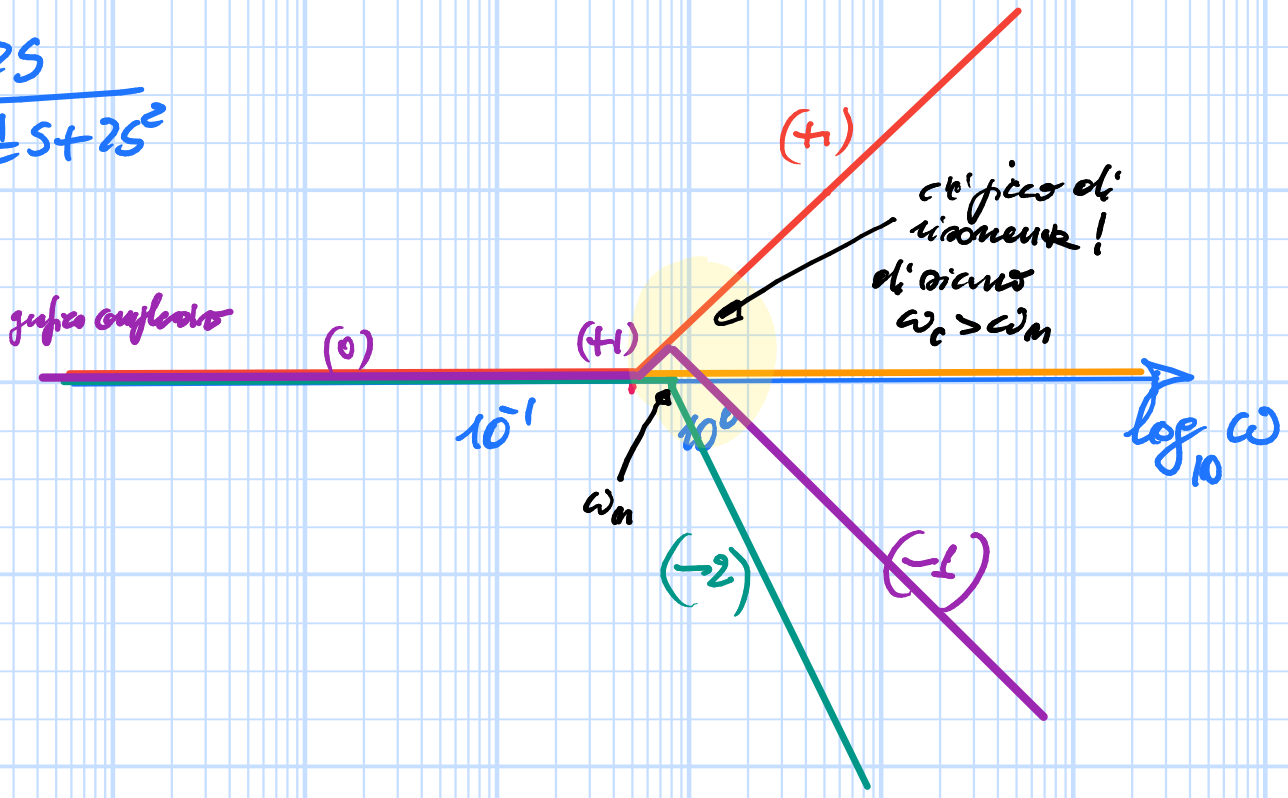
In fatti: $\omega_c \approx 1,41 \text{ rad/s}$

$$\arg[F_2(j\omega_c)] \approx -104^\circ$$

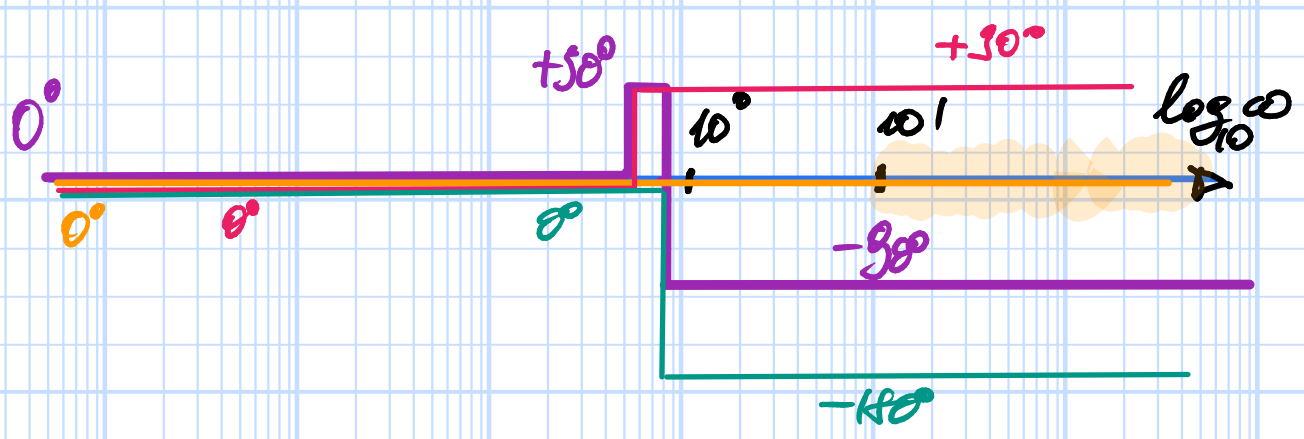
← un piccolo x errore!

$$F_2 = \frac{1+2s}{1+\frac{1}{5}s+2s^2}$$

- 1
- 1+2s
- $\frac{1}{1+\dots}$



phase complessiva



- 1
- 1+2s
- $\frac{1}{1+\dots}$

$$F_z(s) = \frac{1+2s}{1+\frac{1}{5}s+2s^2}$$

Posso utilizzarla per costruire il progetto dell'anello esterno oppure costruire cercare un'altra F.d.T. $F_z(s)$ con poli differenti?

Il diagramma di Bode suggerisce di affermare che per pulsazioni ω molto maggiori della risonanza

[NB il progetto chiede che ω_c sia superiore a 10 rad/s, la risonanza è vicina al valore 1 rad/s] il progetto dell'anello esterno ammette **di sicuro** soluzioni:

- ultimo tratto del diagramma del modulo e fase -20dB/dec
- ultimo tratto asintotico del diagramma di fase pari a -90°
- scegliendo per ω_c una pulsazione "molto elevata" $\bar{\omega}$ ($\bar{\omega} \rightarrow +\infty$) di sicuro
 sarà $\bar{\omega} \rightarrow +\infty (> 10 \text{ rad/s})$
 $\varphi_{as} \rightarrow +90^\circ (> 60^\circ)$

Tuttavia nel progettare il regolatore $F_r(s)$ per l'anello esterno non è possibile semplificare in alcun modo la F.d.T. $F_z(s) \Rightarrow$ nella F.d.T. di quello aperto $L_1(s)$ compaiono sia poli e zeri di $F_z(s)$ che quelli eventuali di $F_r(s)$ (per es. se volessi un "sistema di tipo I" $R_r(s)$ dove uno polo in $s=0$...)

$$F_2(s) = \frac{1+2s}{1+\frac{1}{5}s+2s^2} \quad \leftarrow \text{ sintesi del repletore dell'anello esterno}$$



$$R_1(s) = \mu_1 \quad \leftarrow \text{ repletore proporzionale}$$

Il progetto si mette di sicuro soluzione sulla base dell'analisi dei diagrammi asintotici di Bode della risposta in frequenza di $L_1(s)$ dove

$$L_1(s) = \mu_1 \frac{1+2s}{1+\frac{1}{5}s+2s^2}$$

→ prossimo foglio - carta semilogaritmica

Dal diagramma si nota che per μ_1 opportuno si può ottenere sicuramente

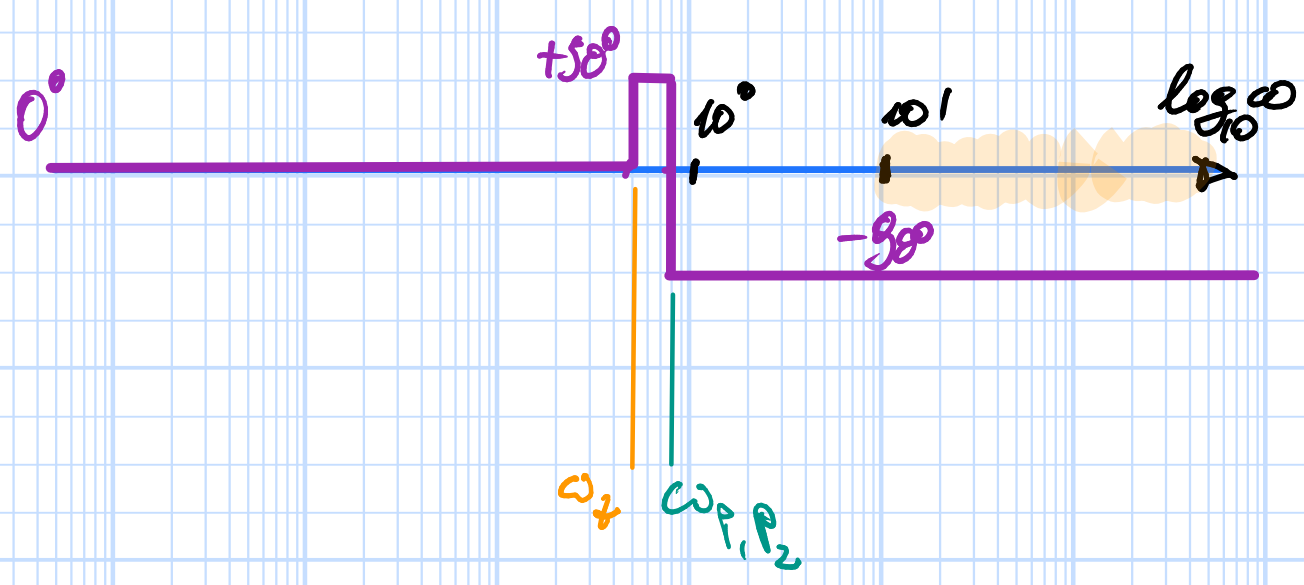
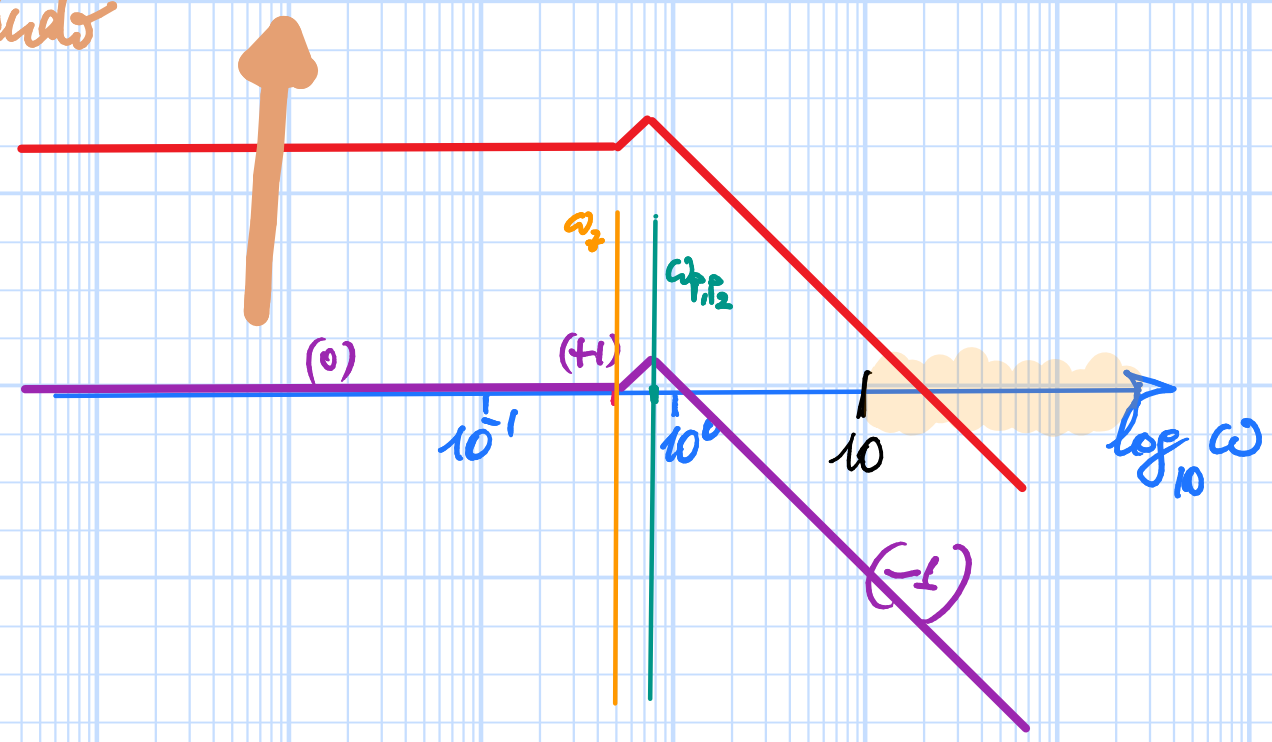
$$\begin{cases} \omega_c > 10 \text{ rad/s} \\ \varphi_m > 60^\circ \end{cases}$$

Es. nel caso $\omega = 12 \text{ rad/s}$ e valore di $L_1(j\omega)$ [quindi valore che le richieste su μ_1 sia soddisfatte]

$$\begin{aligned} \angle L_1(j\omega) &= \angle \mu_1 + \angle(1+j2\omega) - \angle(-287+j\frac{12}{5}) \\ &= 0^\circ + \arctan(24) - \left[180^\circ - \arctan\left(\frac{12}{3.774}\right) \right] \end{aligned}$$

$$F_2(s) = \frac{1+2s}{1+\frac{1}{5}s+2s^2}$$

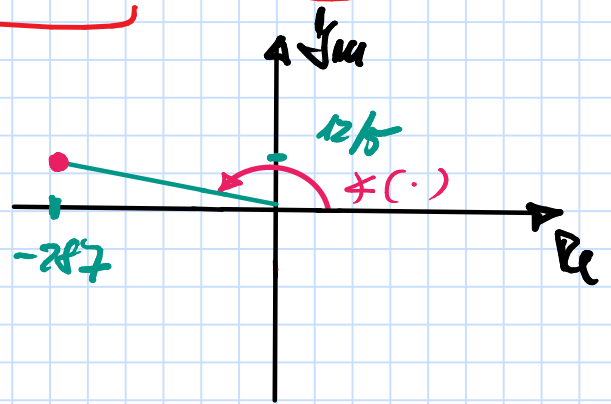
summenbild
 M_1



$$\angle L_1(j\omega) = \angle \mu_1 + \angle(1+j24) - \angle(-287 + j\frac{12}{5})$$

$$= 0^\circ + \arctan(24) - \left[180^\circ - \arctan\left(\frac{12}{3 \cdot 277}\right) \right]$$

B il numero complesso è quello nel grafico →



In definitiva

$$\angle L_1(j\omega) \approx 0^\circ + 88^\circ - 180^\circ + 0^\circ = -92^\circ$$

$$\varphi_m \approx 88^\circ$$

← OK!

Per trovare il valore di μ_1 ora basta imporre

$$|L_1(j\omega)| = 1 = \mu_1 \frac{|1+j24|}{|-287 + j\frac{12}{5}|} = \mu_1 \frac{\sqrt{1+144 \cdot 4}}{\sqrt{(-287)^2 + \frac{144}{25}}}$$

da cui

$$\mu_1 \approx 12$$

$\mu = -20$ \leftarrow che succede se aumento μ ?

$$F_2(s) = \frac{1+2s}{1 + \frac{31}{20}s + \frac{s^2}{2}}$$

$$P_1 \approx -0,316$$

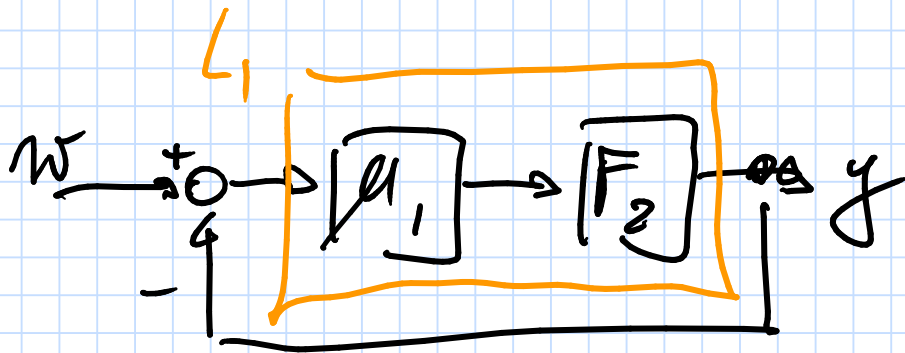
$$P_2 \approx -2,189$$

$$= \frac{1+2s}{(1+T_1s)(1+T_2s)}$$

$$T_1 \approx 1,09$$

$$T_2 \approx 0,46$$

Questa volta non c'è il gioco di risonanza nella risposta in frequenza \rightarrow ci sono 2 poli reali distinti



$$\omega_c \gg 10 \text{ rad/s}$$

$$\varphi_{\mu} \gg 60^\circ$$

Che cosa regiterassi di differente rispetto al caso analizzato in precedenza?

Le 2 FOT hanno lo stesso guadagno statico ed il medesimo "eccesso di poli su zeri" (2 poli - 1 zero)

Ciò permette di concludere che i diagrammi sintetici del modulo della risposta in frequenza hanno \pm ed ultimo tratto con caratteristiche pressoché identiche

nei due casi:

(•) primo tratto orizzontale con valore 0 dB

(•) ultimo tratto con pendenza -20 dB/decade

Per quanto riguarda i diagrammi della fase della risposta in frequenza, per gli stessi motivi [quadrupolo detto con n° poli soggetto al n° di vin] si può concludere che

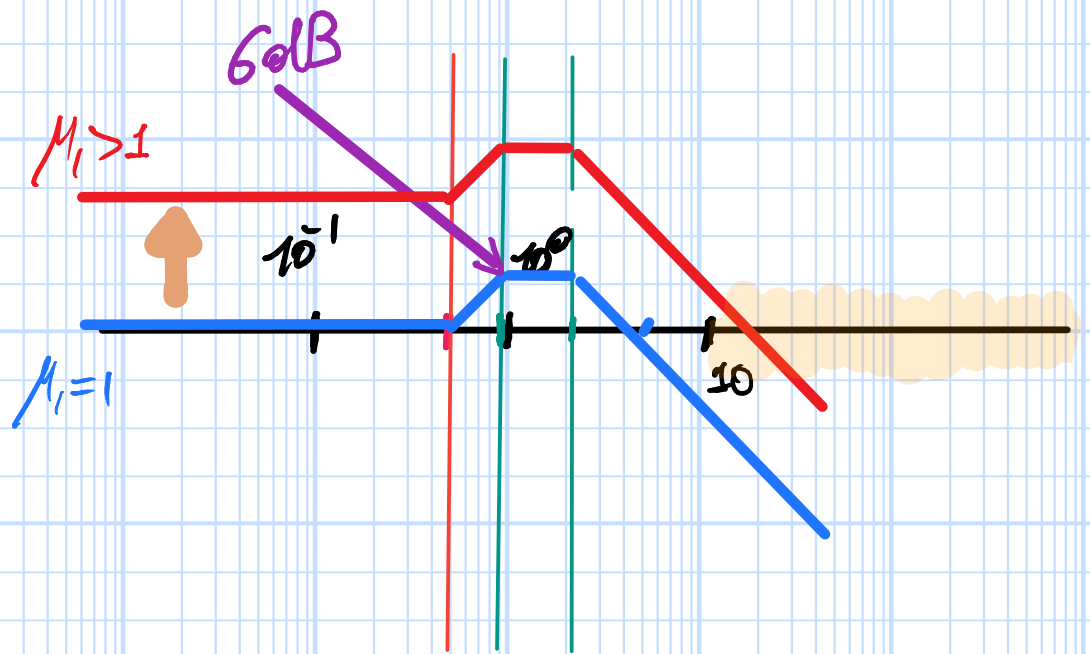
(•) in entrambi i casi il diagramma di fase inizia con un tratto a 0°

(•) in entrambi i casi l'ultimo tratto del diagramma di fase assume valore -90°

In conclusione: anche in questo caso un riepilogo puramente proporzionale fra la $f_d T R_{(s)}$ risolverà sicuramente il problema

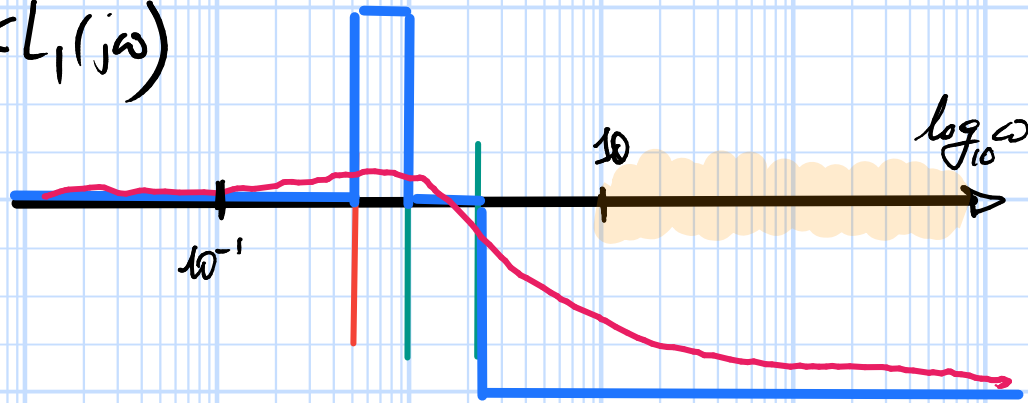
Gli diagrammi della risposta in frequenza
nel prossimo foglio \rightarrow

$|L_1(j\omega)|_{dB}$



$L_1, M_i = 1$
 $\frac{1+s}{(1+\tau_1 s)(1+\tau_2 s)}$

$\angle L_1(j\omega)$



per es. $\mu \bar{\omega} = 10 \text{ rad/s}$

richiedo che $\angle L_1(j10)$ rispetti le specifiche

$$\varphi_m \geq 60^\circ \Rightarrow \angle L_1(j10) \geq -120^\circ$$

$$L_1(j10) = \mu_1 \frac{1+j20}{(1+j10T_1)(1+j10T_2)}$$

$$\begin{aligned} \angle L_1(j10) &= \angle(1+j20) - \angle(1+j10T_1) - \angle(1+j10T_2) \\ &= \arctan(20) - \arctan(10T_1) - \arctan(10T_2) \\ &\stackrel{!}{=} 84^\circ - 85^\circ - 78^\circ = -79^\circ \end{aligned}$$

quindi $\varphi_m \stackrel{!}{=} 104^\circ$ OK!

Il guadagno μ_1 desiderato sale:

$$|L_1(j10)| = 1 = \mu_1 \frac{\sqrt{1+400}}{\sqrt{1+100T_1^2} \cdot \sqrt{1+100T_2^2}}$$

da cui $\mu_1 \stackrel{!}{=} 2,50$

$$\mu = -20 \Rightarrow F_2(s) = \frac{1+2s}{(1+T_1s)(1+T_2s)}$$

Altra
possibile
soluzione

$$\mu_1 \approx +3$$

$$\omega_c \approx 12 \text{ rad/s} \quad (11,8)$$

$$\varphi_M \approx 103^\circ$$

→ 3° overshoot

$$\mu = -2000$$

FaT
dell'anello
interno

che succede se l'anello interno
non è risolto in modo preciso, con
quadrato elevato (in valori assoluti)?
Cambierà qualcosa nel progetto
del regolatore dell'anello esterno?

$$F_2(s) = \frac{1+2s}{1 + \frac{3551}{2000}s + \frac{s^2}{200}}$$

$$\tau_1 = -0,5$$

$$P_1 \approx -0,502$$

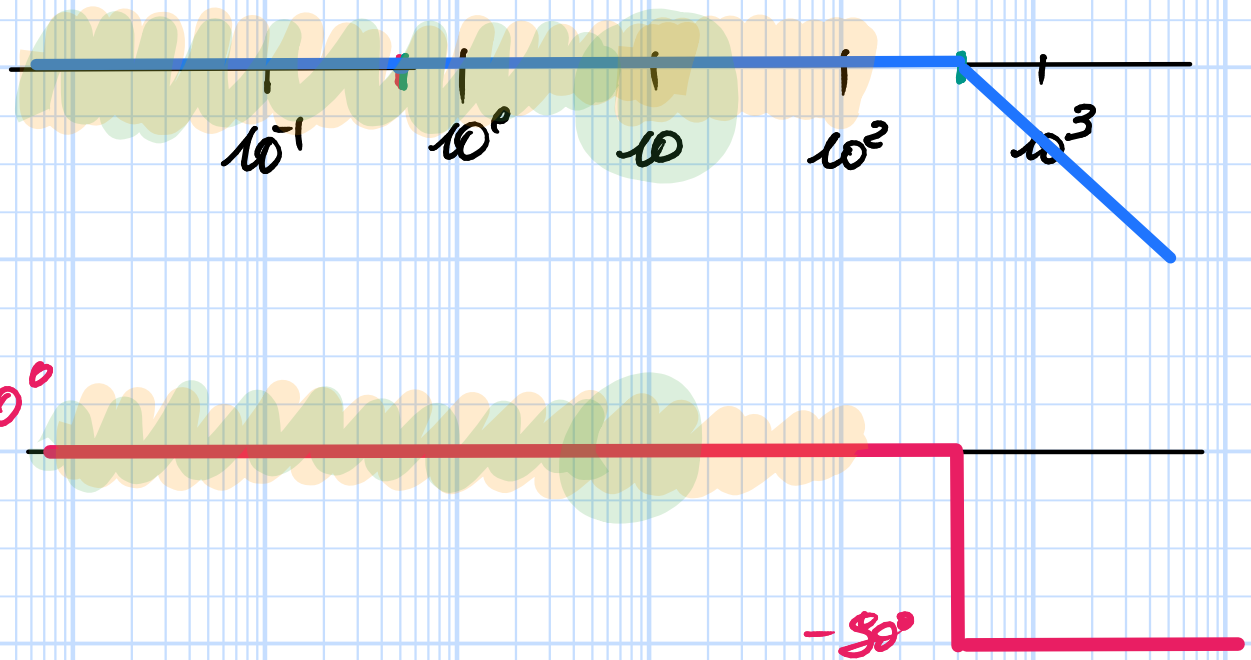
$$P_2 \approx -358,59$$

B 2 poli reali distinti, uno prossimo coincidente
con lo zero, l'altro di modulo elevato

$$F_2 = \frac{1+2s}{(1+T_1s)(1+T_2s)}$$

$$T_1 \approx 2$$

$$T_2 \approx \frac{1}{400}$$



lo vedo col il polo molto vicino (a frequenza 0,5) però cancellate non portano alcun contributo

↓
potrei pensare di semplificare lo zero ed il polo

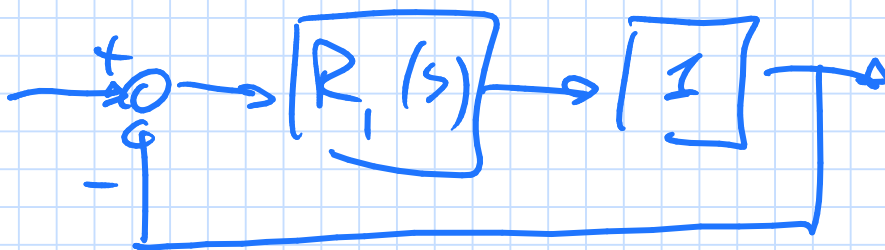
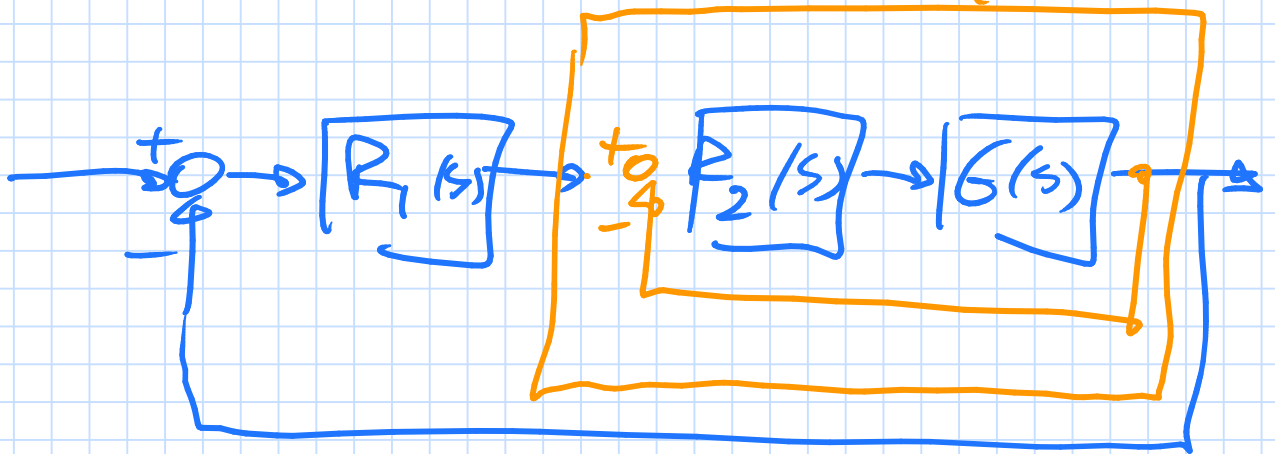
ridurre solo il contributo del polo ad alta frequenza

$$F_2(s) \approx \frac{1}{1+T_2s}$$

Quello ha qualche appunto sul progetto dell'anello esterno?

$$F_2(s) = \frac{1+2s}{(1+2s)\left(1+\frac{1}{400}s\right)} \approx \left(\frac{1}{1+\frac{1}{400}s}\right)$$

$$\left[0, 10\right] F_2(s) \approx 1 \quad F_2(s)$$



$$\omega_c \geq 10$$

$$p_{MC} \geq 60^\circ$$

$$R_1(s) = \frac{\mu_R}{s}$$

$$\text{se } \mu_R = 10$$

ho soddisfatto le
richieste!

Osservazione \rightarrow semplificare la FAT rende molto facile il progetto dell'anello chiuso

Se volessi utilizzare un regolatore proporzionale? Dai dati forniti dovrai avere $\omega_c > 400$ rad/s per trovare facilmente soluzione!

regolatore dell'anello esterno con azione integrale

Per esprimere quanto il 3° caso facilita il progetto del regolatore dell'anello esterno, considero il 1° caso e voglio progettare per l'anello esterno un regolatore che permetta il soddisfacimento delle specifiche ma garantisce anche di avere un "sistema di tipo 1" a ciclo chiuso.

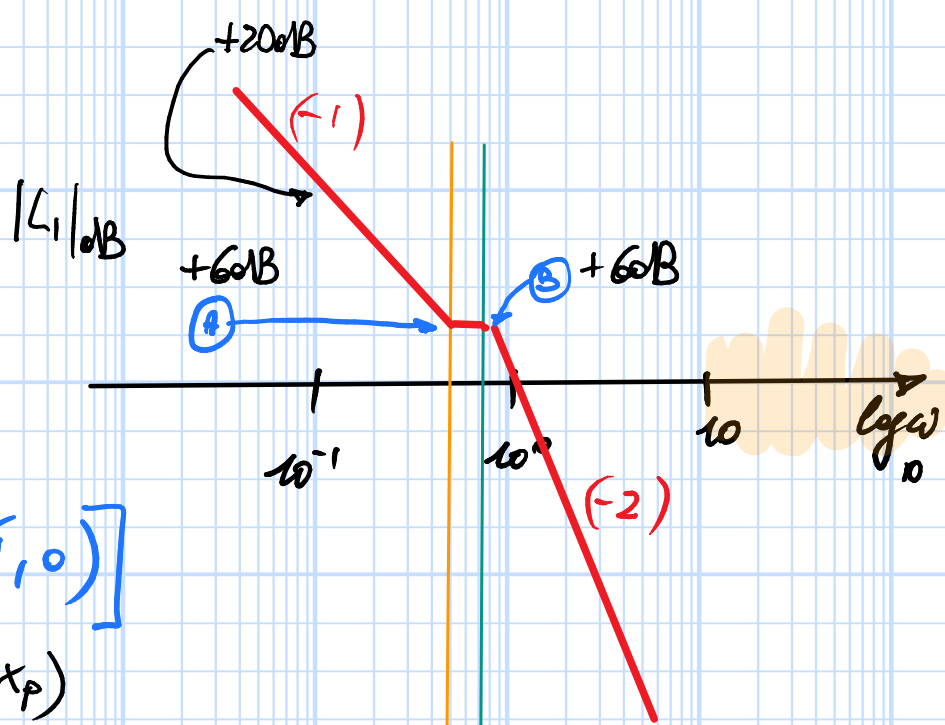
Comincio dal 1° caso

anello interno
$$P_2(s) = \frac{1+2s}{1+\frac{s}{5}+2s^2}$$

Come si vede dai due esempi dei prossimi 2 fogli, un regolatore con la sola azione integrale NON permette di garantire $\begin{cases} \omega_c > 10 \\ \varphi_m > 60^\circ \end{cases}$

Un regolatore di tipo PI invece lo permette (due esempi di Bode sul secondo foglio)

$$L_1(s) = \frac{K_1}{s} \cdot \frac{1+2s}{1+\frac{s}{5}+2s^2}$$



giunto A: il primo tratto è
una retta di pendenza
 $-20dB/dec$ che passa per

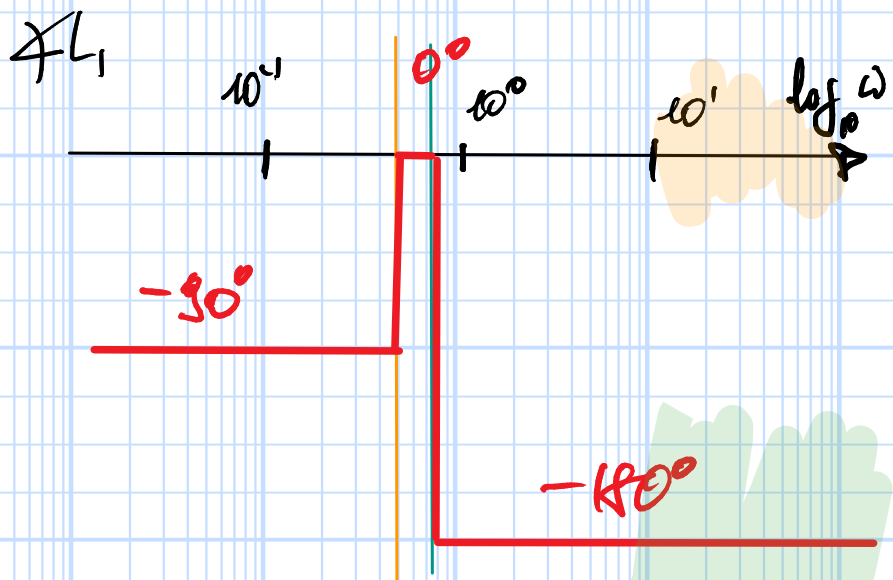
$(\frac{1}{10}, +20)$ [o possiamo per $(1, 0)$]

retta per il punto $\rightarrow y - y_p = m(x - x_p)$

$$y - 20 = -20 \left[\log_{10} \omega - \log_{10} \frac{1}{10} \right]$$

$$y = -20 \log_{10} (10\omega) + 20$$

per $\omega = 0,5 \quad y = +6$



in questa zona

la fase è troppo vicina a -180°

per garantire di avere $\phi_m \geq 60^\circ$

Se il replotore fosse del tipo $R_1(s) = K \frac{1+\gamma s}{s}$ con $\gamma \leq 1$
(senza aggiunto DPOD la coppia di poli c.c.) l'ultimo tratto
del diagramma di fase sarebbe -90° e progetto di Bode
sarebbe facile!

$$L_1(s) = \mu_1 \frac{1+s}{s} \cdot \frac{1+2s}{1+\frac{s}{5}+2s^2}$$

giunto (A) → stessi calcoli del caso precedente

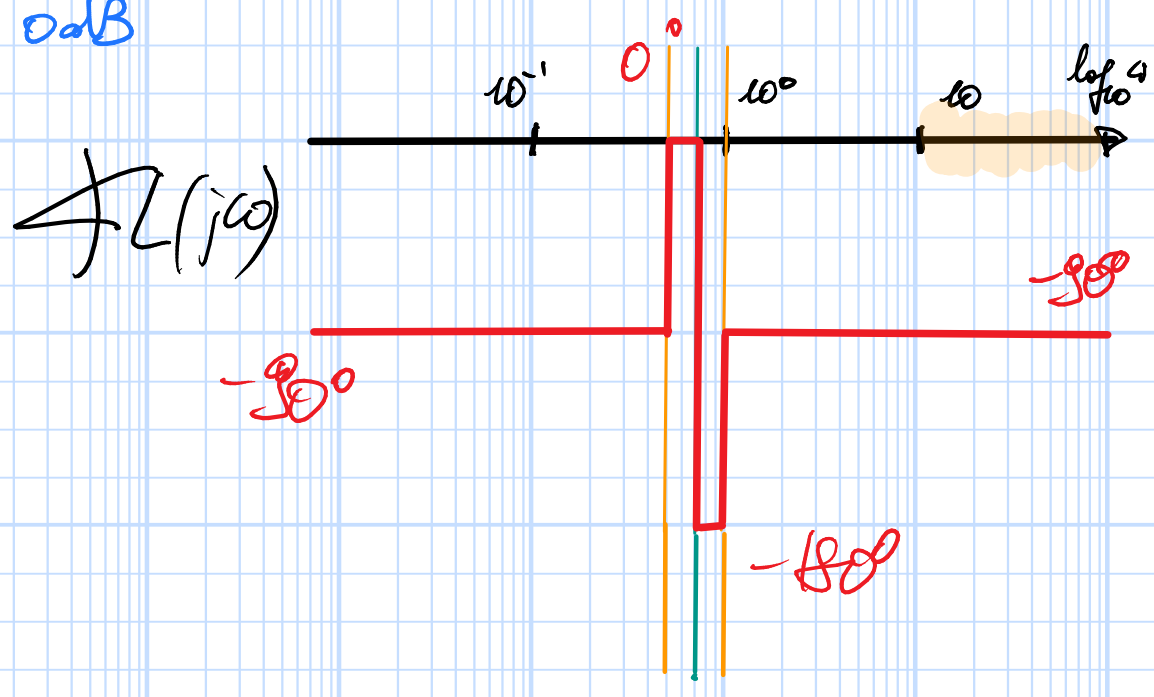
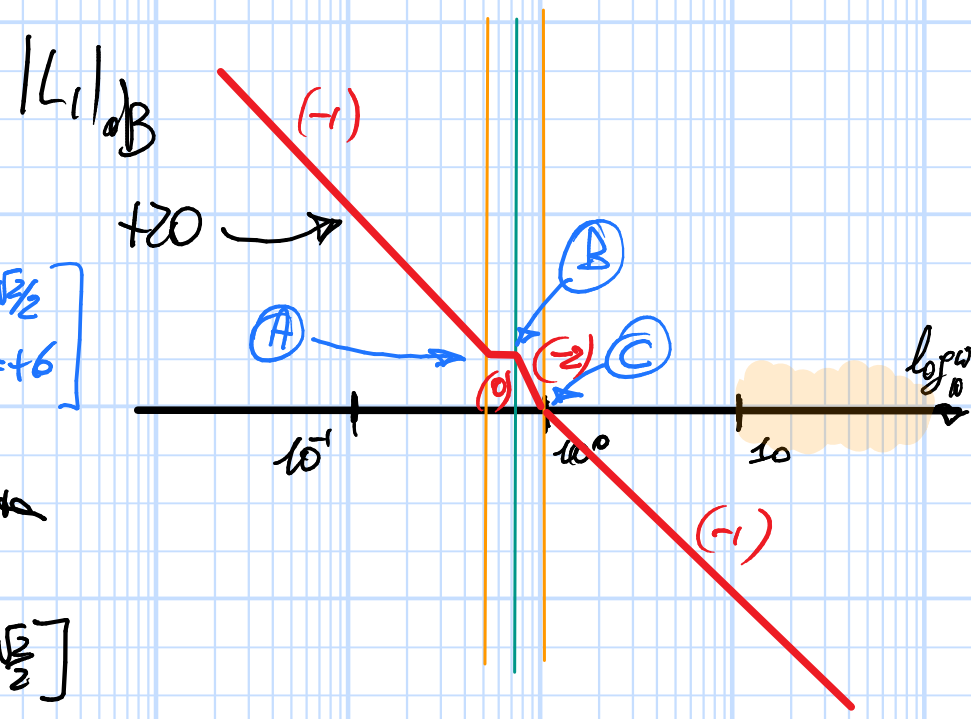
(A) → $\begin{cases} \omega = 0.5 \\ |L| = +6 \text{ dB} \end{cases}$ (B) → $\begin{cases} \omega = \sqrt{2} \\ |L| = +6 \end{cases}$

giunto (C) letta su (B) con pendenza -40 dB/dec

$$y - 6 = -40 \left[\log_{10} \omega - \log_{10} \frac{\sqrt{2}}{2} \right]$$

$$y = -40 \log_{10} (\sqrt{2} \omega) + 6$$

$$\omega = 1 \rightarrow y = 0 \text{ dB}$$



Selezio $\omega_c = 12 \Rightarrow$ dai profeti del foglio precedente
di ricavare $\varphi_m > 60^\circ$

Verifichiamo: $\angle L_1(j\omega) = \angle(1+j\omega) + \angle(1+j\omega) +$
 $-90^\circ - \angle(-2s+1) \overset{\text{come prima}}{\substack{= \arctan(\omega) + \arctan(\omega) - 90^\circ - \left(180^\circ - \arctan\left(\frac{\omega}{5-2\omega}\right)\right)}} \\$
 $\approx 85^\circ + 88^\circ - 90^\circ - 180^\circ + 0^\circ = -97^\circ$

$\varphi_m \approx 83^\circ$ OK!

La costante di guadagno vale:

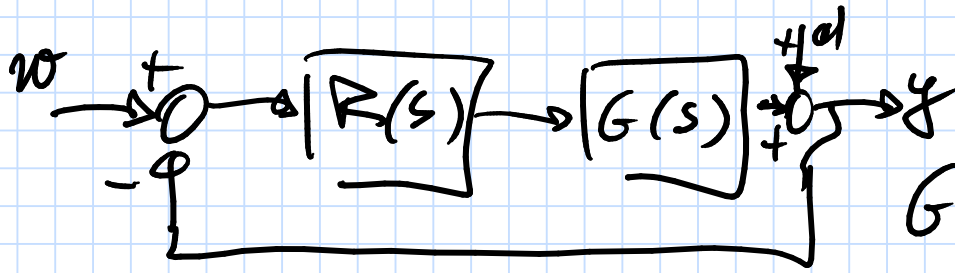
$$|L_1(j\omega)| = 1 \quad \mu_R \frac{|1+j\omega|}{\omega} \cdot \frac{|1+j2\omega|}{|-2\omega+1|} = 1$$

Cioè $\mu_R = \frac{12 \sqrt{(-2\omega)^2 + 149/15}}{\sqrt{149+1} \cdot \sqrt{1+144 \cdot 9}}$

$\mu_R \approx 11,51$

Esercizio "più caro": Trovare un
 regolatore $R_1(s) = \mu_R \frac{1+s}{s}$ su l'anello
 esterno nel caso 2

Progetto per ottenere 100V e fase minima



$$G(s) = 4 \frac{(1 - 0,5s)}{(1+s)(1+\frac{s}{10})}$$

Specifiche:

(a) $e_{\infty} \rightarrow 0$ $w(t) = A \cdot \delta(t)$ $A, B \in \mathbb{R}$
 $d(t) = B \cdot \delta(t)$

(b) $\varphi_M > 30^\circ$

(c) $\omega_c > 1 \text{ rad/s}$

$G(s) \leftarrow$ $z_1 = +2$
 $p_1 = -1$ $p_2 = -10$ $\mu_G = 4$

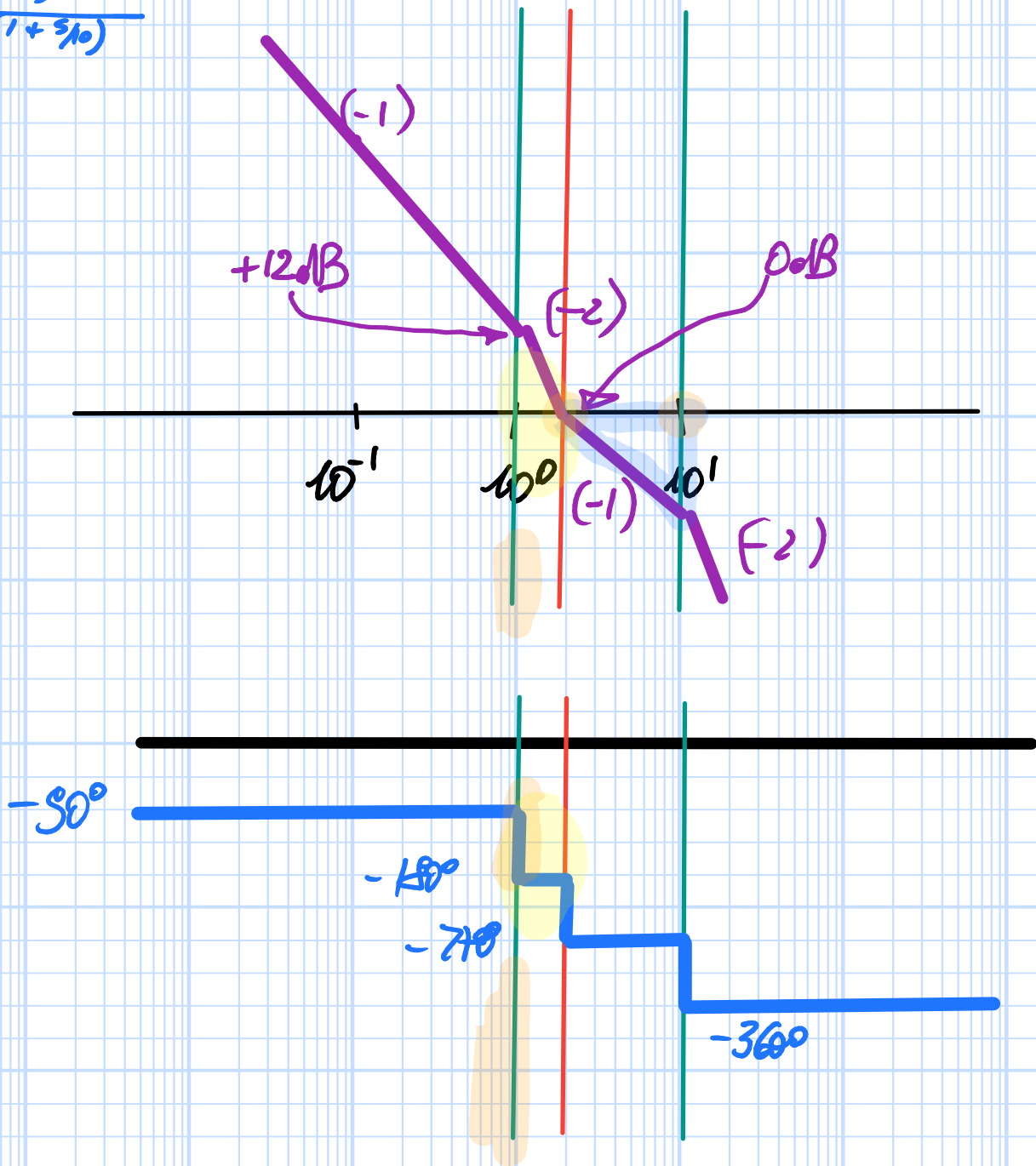
(a) $R(s) = R_1(s) \cdot R_2(s)$

$$\frac{\mu_R}{s}$$

$$L_1(s) = \frac{4\mu_R \left(1 - \frac{s}{2}\right)}{s(1+s)\left(1 + \frac{s}{10}\right)}$$

$$L_1(s) = \frac{9/2 (1 - \frac{s}{2})}{s(1+s)(1+s/10)}$$

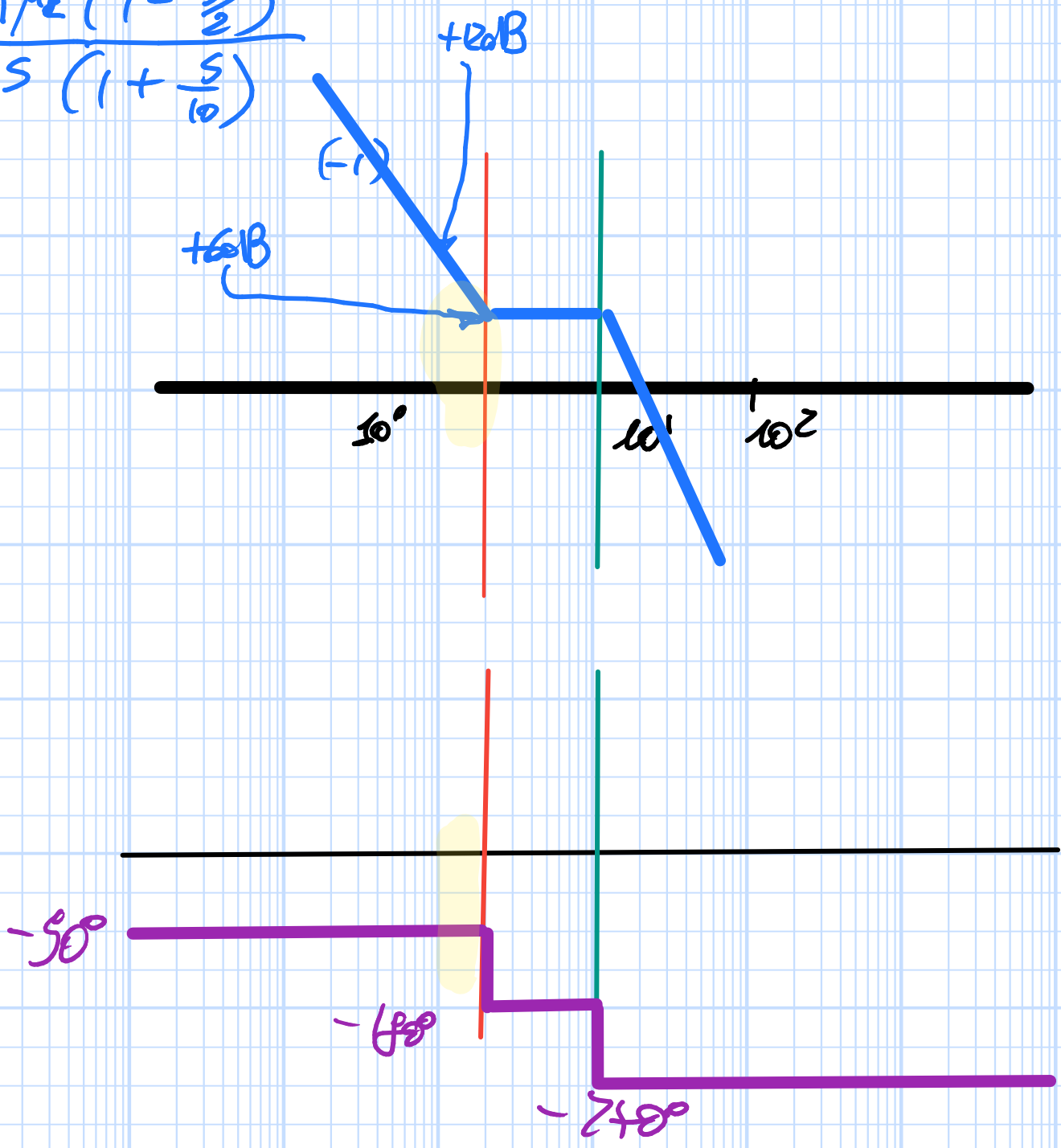
$$M_z = 1$$



$$R(s) = \frac{\mu_R}{s} \cdot (1+s)$$

$$L_2(s) = \frac{4\mu_R \left(1 - \frac{s}{2}\right)}{s \left(1 + \frac{s}{10}\right)}$$

$$L_2(s) = \frac{4/K_c \left(1 - \frac{s}{2}\right)}{s \left(1 + \frac{s}{10}\right)}$$



$$L_2(s) = \frac{9\mu_r (1 - \frac{s}{2})}{s (1 + \frac{s}{10})}$$

$$1 < \omega_c < 2$$

$$\varphi_{lim} \geq 30^\circ$$

$$\angle L_2(j\omega) \geq -150^\circ$$

$$\angle L_2(j\omega) = \angle 9\mu_r + \angle (1 - j\frac{\omega}{2}) +$$

$$-90^\circ - \angle (1 + j\frac{\omega}{10}) \geq -150^\circ$$

$$= 0^\circ + \left[-\operatorname{arctg} \frac{\omega}{2} \right] - 90^\circ - \operatorname{arctg} \left(\frac{\omega}{10} \right) \geq -150^\circ$$

$$-\operatorname{arctg} \left(\frac{\omega}{2} \right) - \operatorname{arctg} \left(\frac{\omega}{10} \right) \geq -150^\circ + 90^\circ$$

$$\operatorname{arctg} \left(\frac{\omega}{2} \right) + \operatorname{arctg} \left(\frac{\omega}{10} \right) \leq 60^\circ$$

$$\left[\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta} \quad \alpha + \beta \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \right]$$

$$\operatorname{tg} \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{\omega}{2} \right) + \operatorname{arctg} \left(\frac{\omega}{10} \right) \right] \leq \operatorname{tg} 60^\circ$$

$$\frac{\frac{\omega}{2} + \frac{\omega}{10}}{1 - \frac{\omega^2}{20}} \leq \sqrt{3}$$

$$\omega > 0$$

$$1 - \frac{\omega^2}{20} > 0$$

$$\Leftrightarrow (0 <) \omega < +\sqrt{20}$$

$$\frac{6}{10}\omega \leq \sqrt{3}\left(1 - \frac{\omega^2}{20}\right)$$

$$\sqrt{3}\omega^2 + 12\omega - 20\sqrt{3} \leq 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -3,12 \leq \omega \leq 2,19 \\ 0 < \omega < \sqrt{20} \\ \approx 4,47 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow 0 < \omega \leq 2,19$$

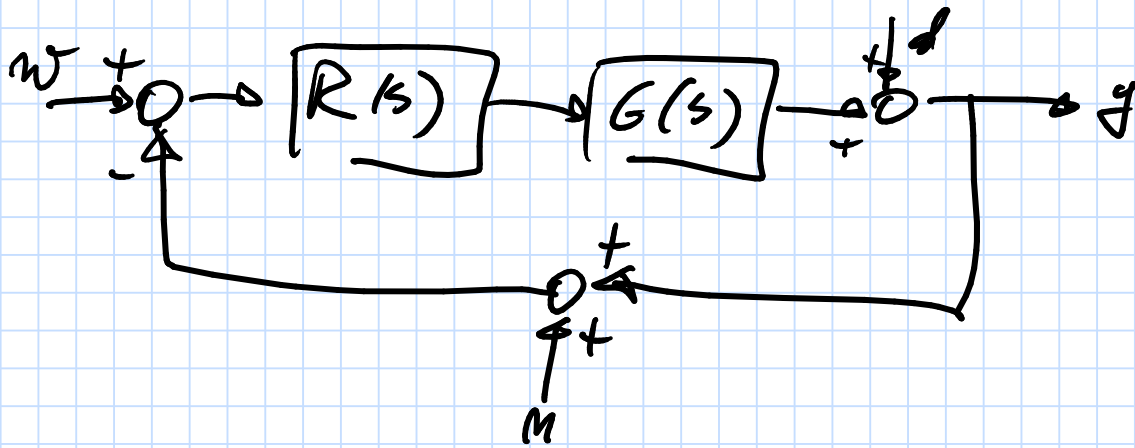
für $\omega = \bar{\omega} = 1,5$ $\mu_R = ?$

$$|L_2(j\bar{\omega})| = 1 \Rightarrow \frac{4\mu_R |1 - j\frac{3}{4}|}{\frac{3}{2} |1 + j\frac{3}{20}|} = 1$$

$$\mu_R \approx \frac{3}{10}$$

$$\omega_c \approx 1,5 \rightarrow \varphi_{\mu} \approx 95^\circ$$

Progetto con specifiche sul rumore 19/01/2013



$$G(s) = \frac{2(1+10s)}{(1+s)^2}$$

Richieste: (a) realizza $R(s)$ fisicamente realizzabile

(b) $e_{ss} \rightarrow 0$ per $w(t) = 1(t)$

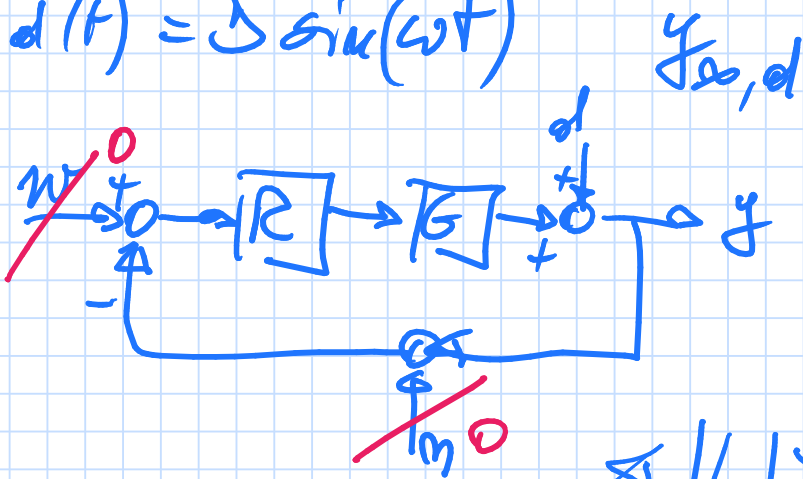
(c) $d(t) = D \sin(\omega t)$ $\omega \in \left[\frac{1}{10}, \frac{1}{2} \right]$
 $D > 0$

uscita e rumore a fronte del disturbo
 risultato con rumore non superiore a $D/5$

(d) $m(t) = N \sin(\omega t)$ $\omega \in [20, 200] \text{ rad/s}$
 $N > 0$

il rumore in uscita risulta attenuato almeno
 di un fattore 10 ($N/10$)

$$d(t) = D \sin(\omega t)$$



$$T_{y,d} = S(s) = \frac{1}{1+L(s)}$$

$$|S(j\omega)| \begin{cases} |L| \gg 1 \rightarrow \frac{1}{|L(j\omega)|} \\ |L| \ll 1 \rightarrow 1 \end{cases}$$

$$d = D \sin(\bar{\omega} t)$$

$$\bar{\omega} \in \left[\frac{1}{10} \text{ ; } \frac{1}{2} \right]$$

$$\text{so } |L(j\bar{\omega})| \gg 1$$



$$|S(j\bar{\omega})| \ll 1$$

$$|d| = D \quad |y_{A,d}| = D/5$$

$$|S(j\bar{\omega})| \leq \frac{1}{5} \Rightarrow |L(j\bar{\omega})| \geq 5$$

$$m(t) \rightarrow T_{y,m} = - \frac{L(s)}{1+L(s)} = -F(s)$$

$$m(t) \xrightarrow{-F(s)} y_{\infty, m}$$

$$m(t) = N \sin(\vec{\omega} t) \xrightarrow{\vec{\omega} \in [20, 200]} y_{\infty, m} = N |F(j\vec{\omega})| \dots$$

$$\frac{N}{10} \sin(\vec{\omega} t + \dots)$$

$$|F(j\vec{\omega})| \leq \frac{1}{10}$$

$$|F| \begin{cases} \rightarrow |L| \gg 1 & |F| \approx 1 \\ \rightarrow |L| \ll 1 & |F| \approx |L| \end{cases}$$

$$|L(j\vec{\omega})| \leq \frac{1}{10} \quad \vec{\omega} \in [20, 200]$$

$$R(s) = \frac{\mu(1 + \tau s)}{s}$$

$$\mu = 0,35$$

$$\tau = 0,75$$

possibile soluzione \leftarrow NON l'unica!

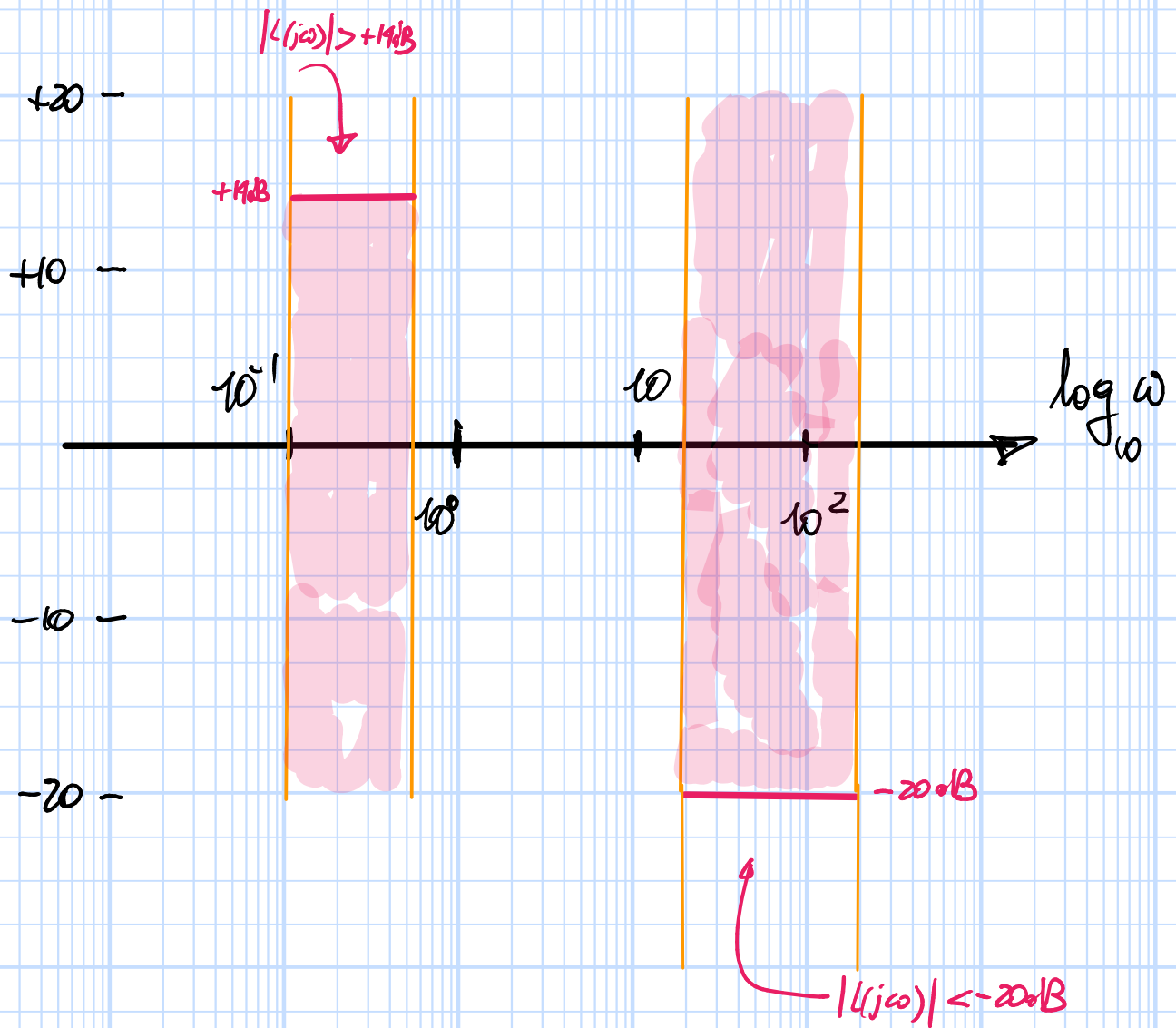
$$G(s) = \frac{2(1+10s)}{(1+s)^2}$$

$$L(s) = \frac{2/r_2(1+10s)}{s(1+s)^2}$$

Vimeoli su $L(j\omega)$

$$|L| \geq 5 \quad \omega \in [0,1, 0,5]$$

$$|L| \leq \frac{1}{10} \quad \omega [20, 200]$$

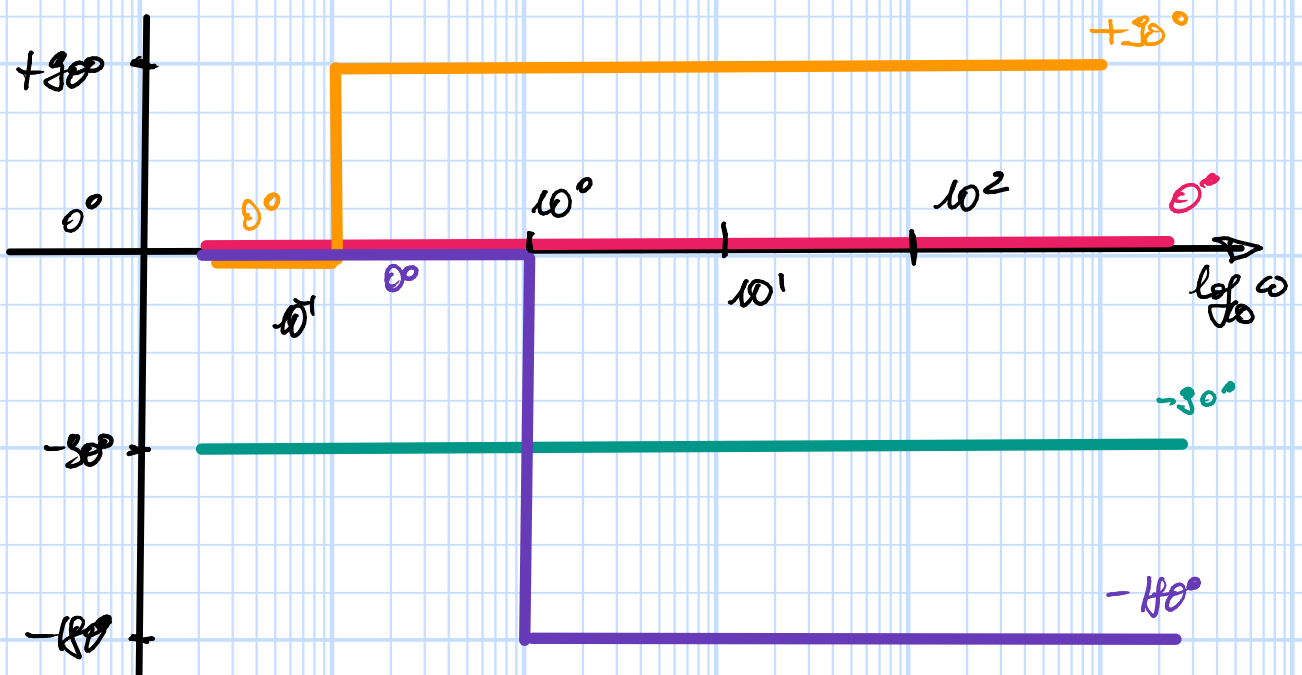
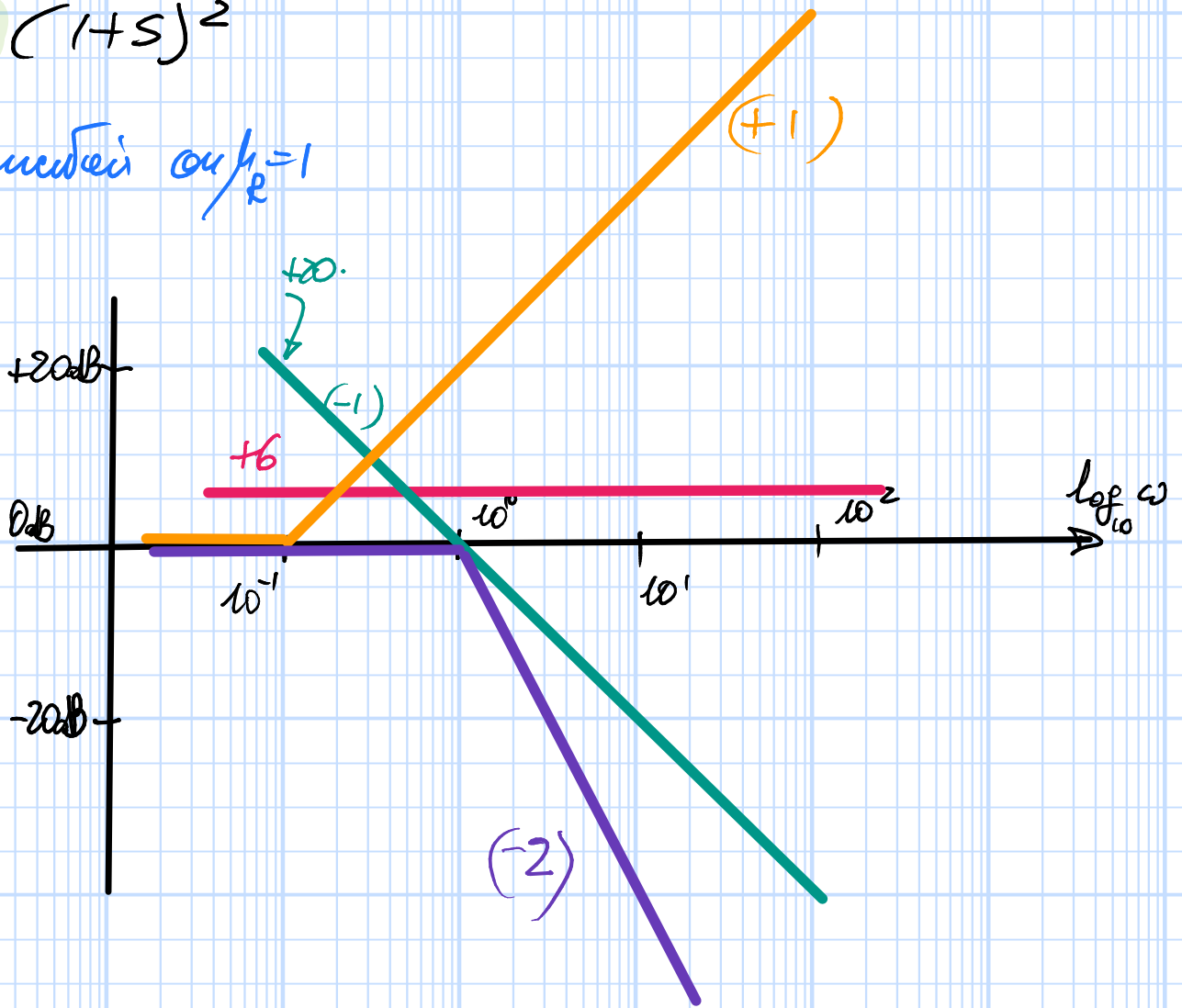


$$L(s) = \frac{2K_R (1+10s)}{s(1+s)^2}$$

per soddisfare la richiesta (a)

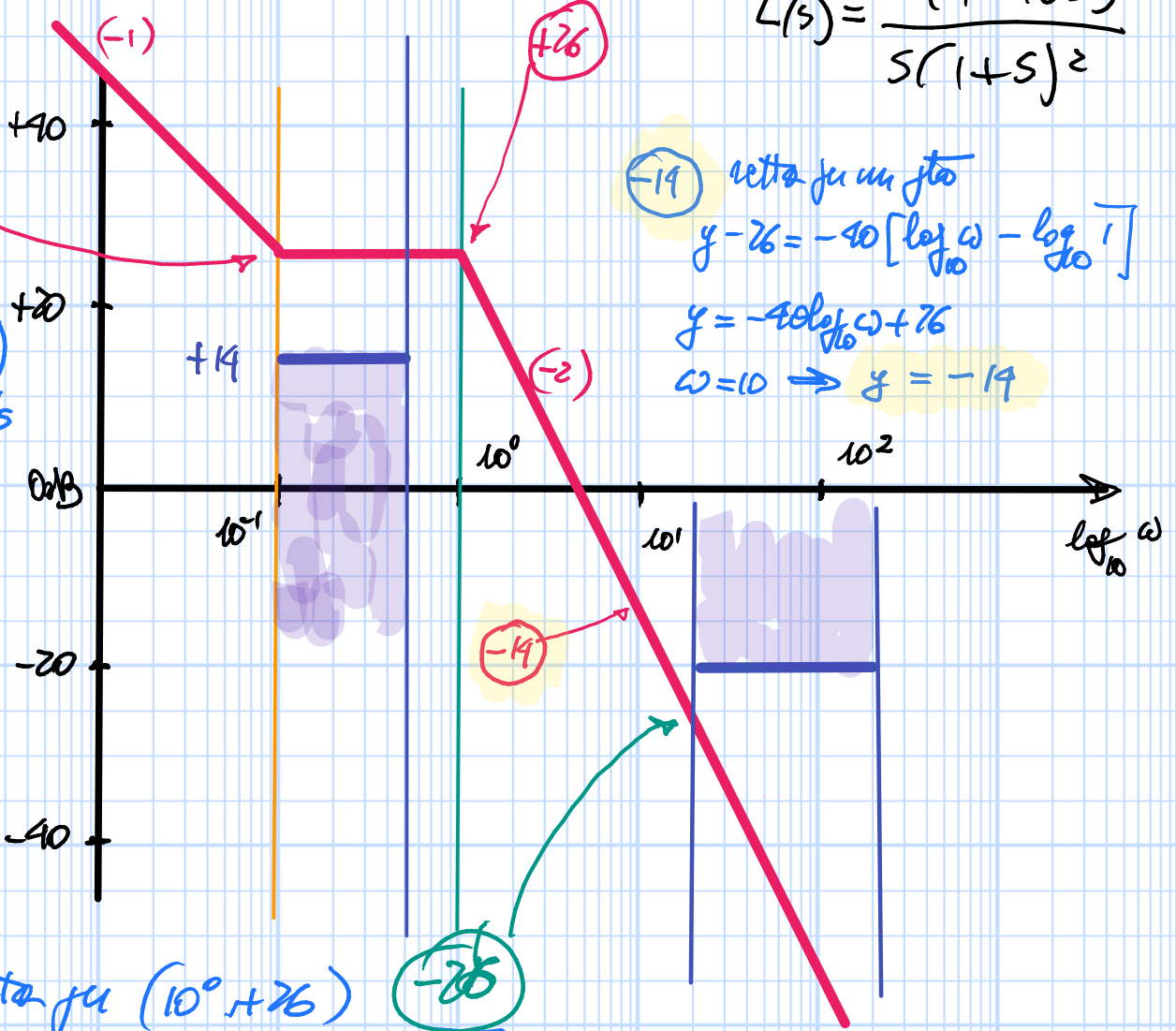
Termini elementari con $\omega_p = 1$

- 2
- $\frac{1}{s}$
- $(1+10s)$
- $\frac{1}{(1+s)^2}$



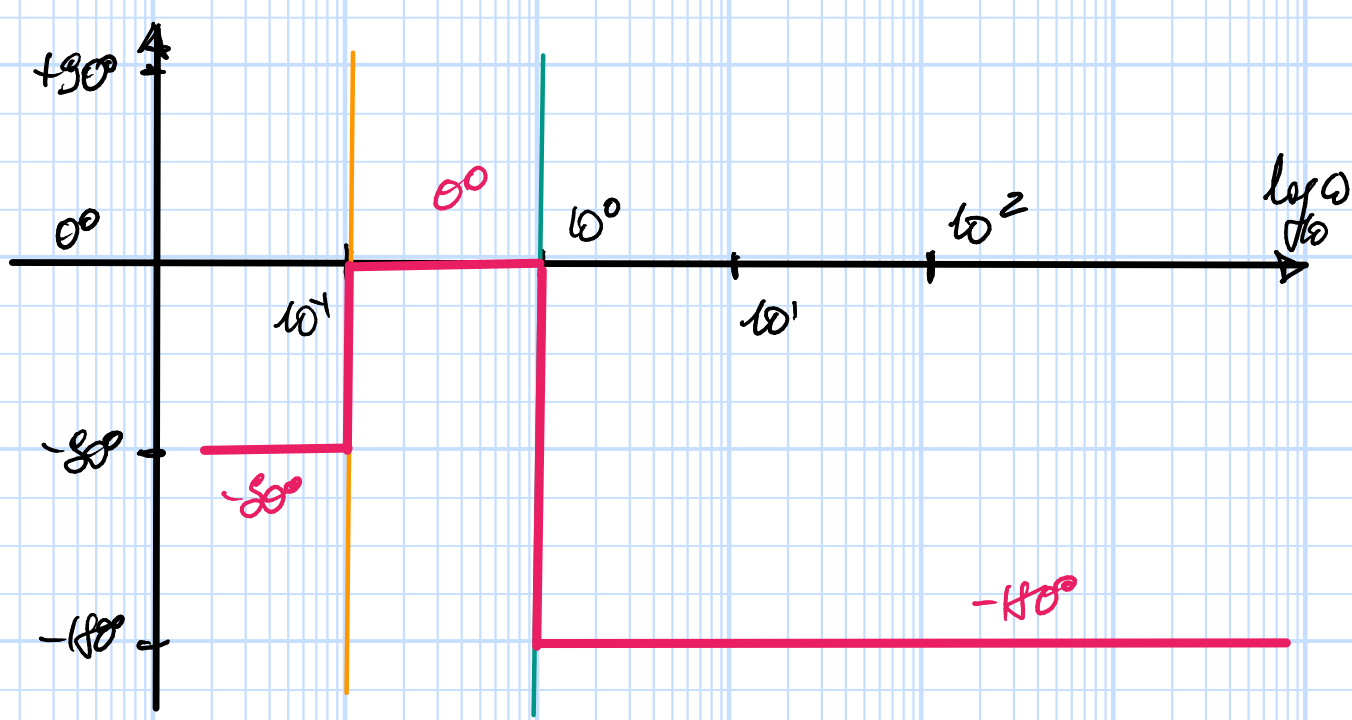
$$L(s) = \frac{2(1+10s)}{s(1+s)^2}$$

$f(s) = 0,1$
 somma:
 contributi
 elementi:
 gli altri $\neq 0$
 sono +6 (costante)
 e +20 del termine $1/s$



retta per un punto
 $y - 26 = -40 [\log_{10} \omega - \log_{10} 1]$
 $y = -40 \log_{10} \omega + 26$
 $\omega = 10 \Rightarrow y = -14$

retta per $(10^0, +26)$
 $y - 26 = -40 [\log_{10} \omega - \log_{10} 1]$
 $y = -40 \log_{10} \omega + 26$
 per $\omega = 20$ $y = -40 \log_{10} 20 + 26$
 $y = -26$



Discussione: il problema risulta solubile facilmente!

$\mu_e = 1$ porta alle soluzioni $R_1(s) = \frac{1}{s}$

Verificare che in tal caso si ha $\omega_c \approx 9,35$
 $\varphi_m \approx 29^\circ$

Si nota anche che per $\mu_e = 2$ l'ultimo tratto del modulo "tocca" il minimo per $\omega \in [20; 200]$. Lo si verifica!

Per evitare deve essere $\frac{1}{4} \leq \mu_e < 2$

Si verifica che per $\mu_e = \frac{1}{4}$ il diagramma del modulo "tocca" l'altro minimo.

Esercizio "per casa": provare a modificare il diagramma delle impedenze in funzione di $L(s)$ per cercare di ottenere $\omega_c \geq 10$