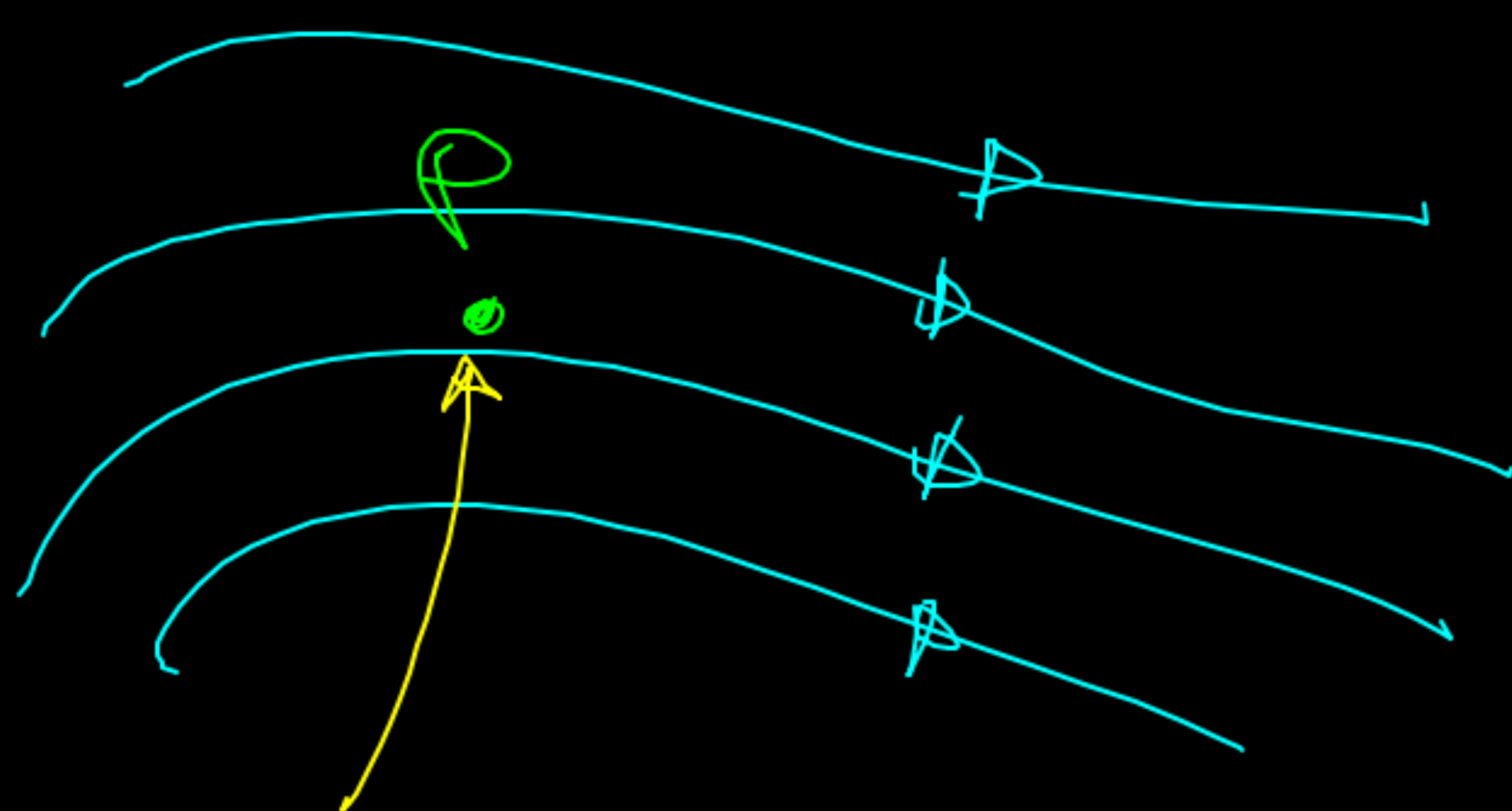
FLUIDI IN MOVIMENTO (FLUIDODINAMICA)



Pressione P

Densità ρ

Velocità $\vec{v}$

$P, \rho, \vec{v}$ variano nel tempo

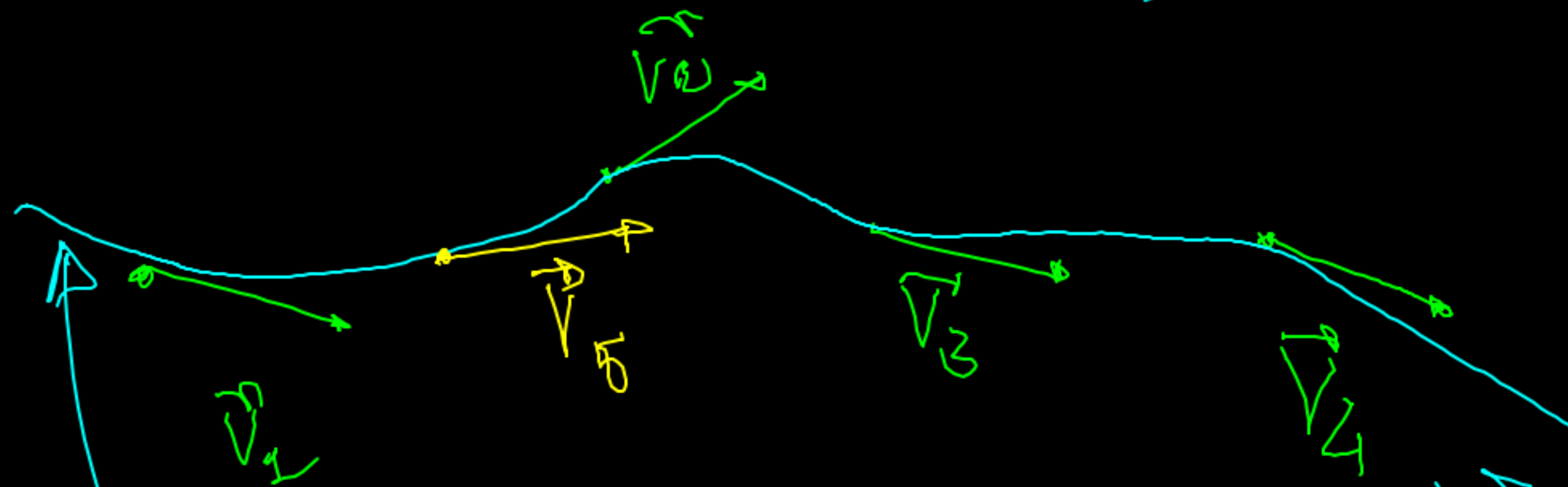
$\Rightarrow$ <u>FLUSSO TURBOLENTO</u>

Esempio: scarico di una vasca

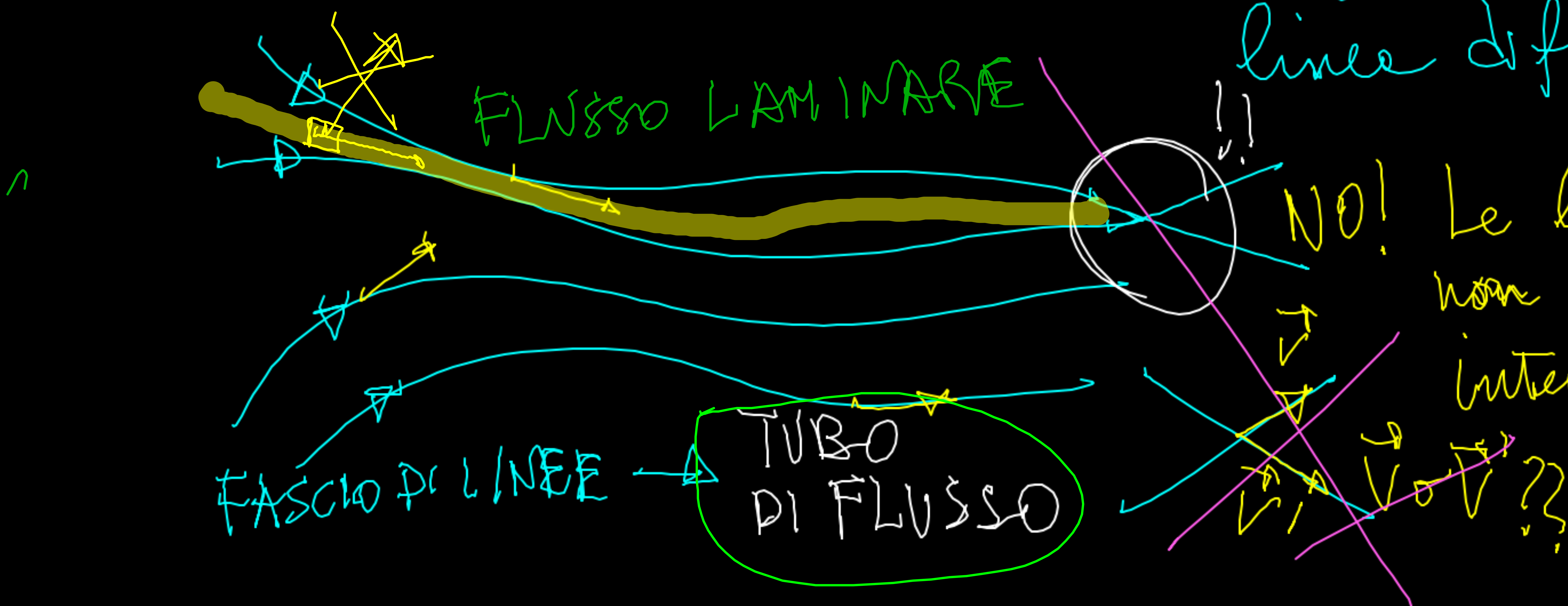
$P, \rho, \vec{v}$ variano da punto a punto, ma sono <u>costanti nel tempo</u>

$\Rightarrow$ <u>FLUSSO STAZIONARIO</u>

FLUIDO IN FLUSSO STAZIONARIO



LINEA DI FLUSSO → $\vec{v}_{\text{fluido}}$ è tangente alla linea di flusso $\forall$ punto

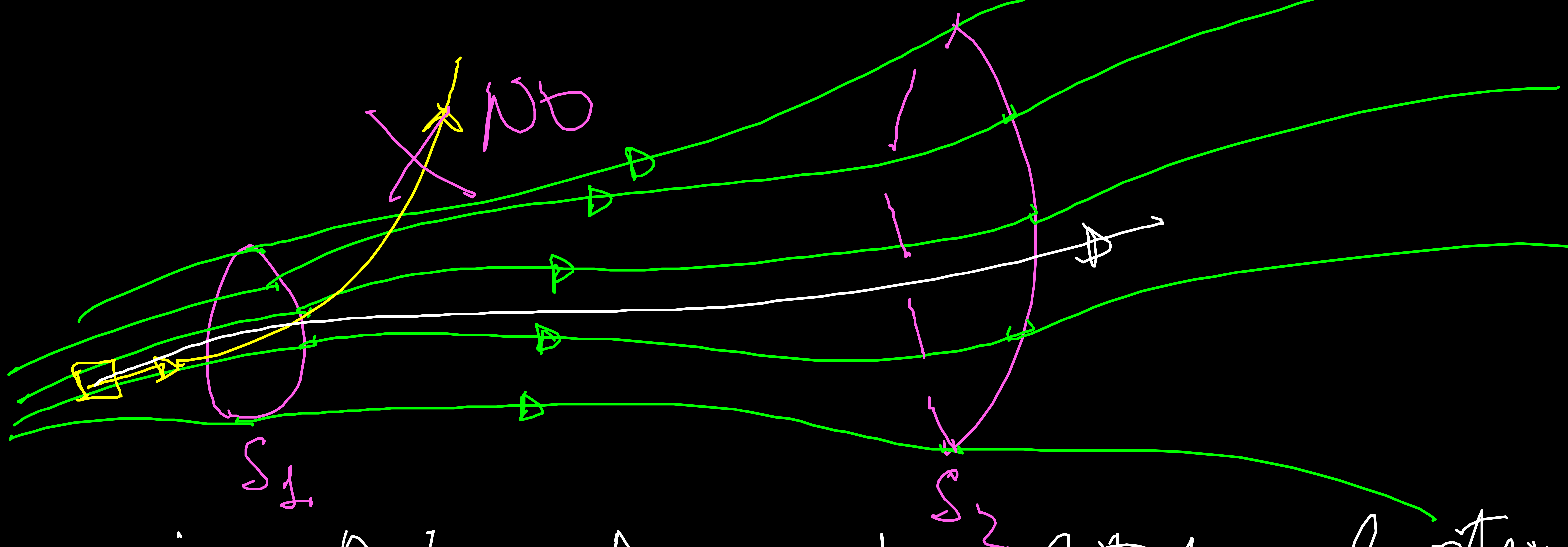


FASCIO DI LINEE → TUBO DI FLUSSO

NO! Le linee di flusso non si possono intersecare

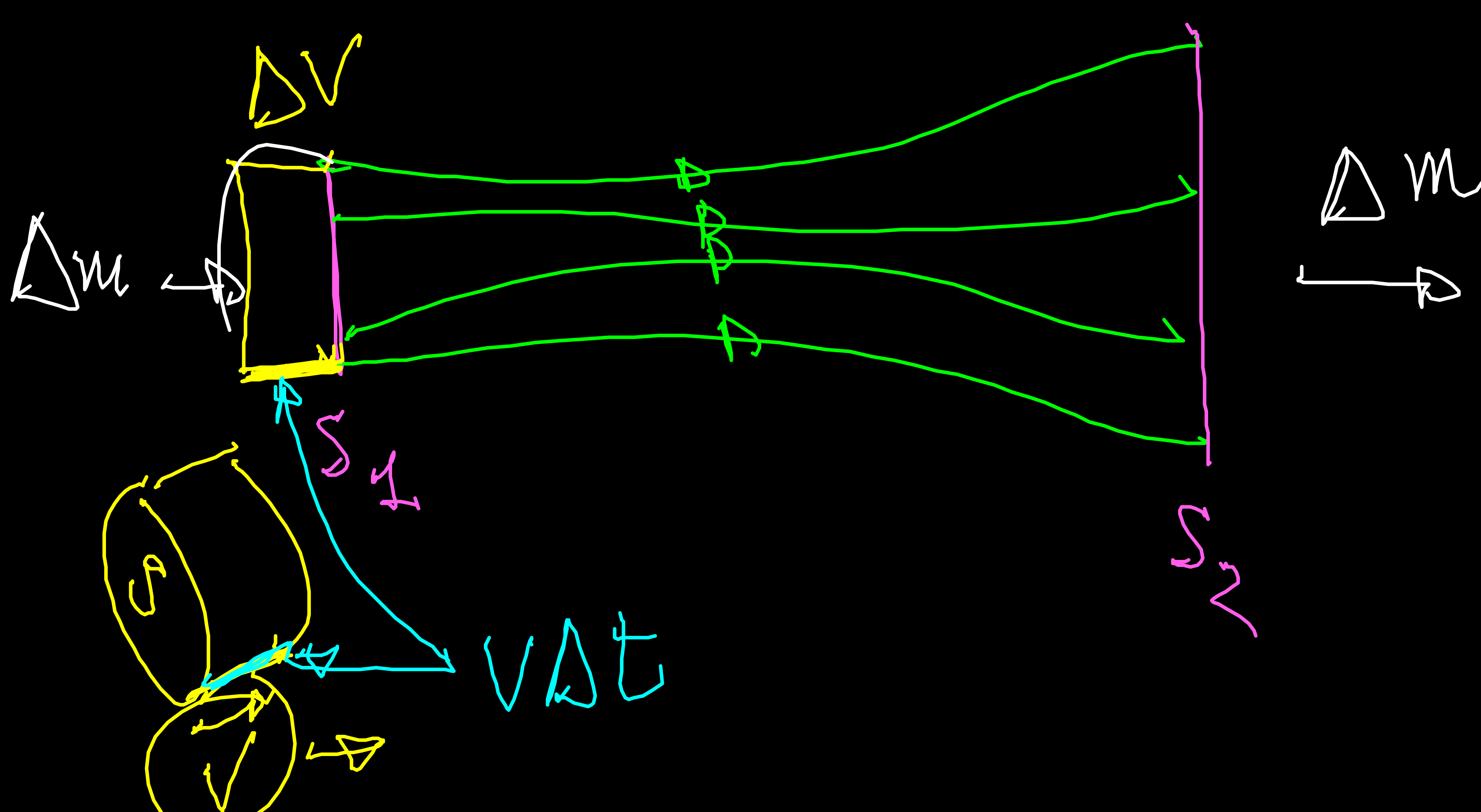
$\vec{v}$ o $\vec{v}'$??

TUBO DI FLUSSO



in Δt, Δm entra nel tubo, la stessa massa esce in Δt

$$\Delta m = \rho \Delta V = \rho S v \Delta t$$



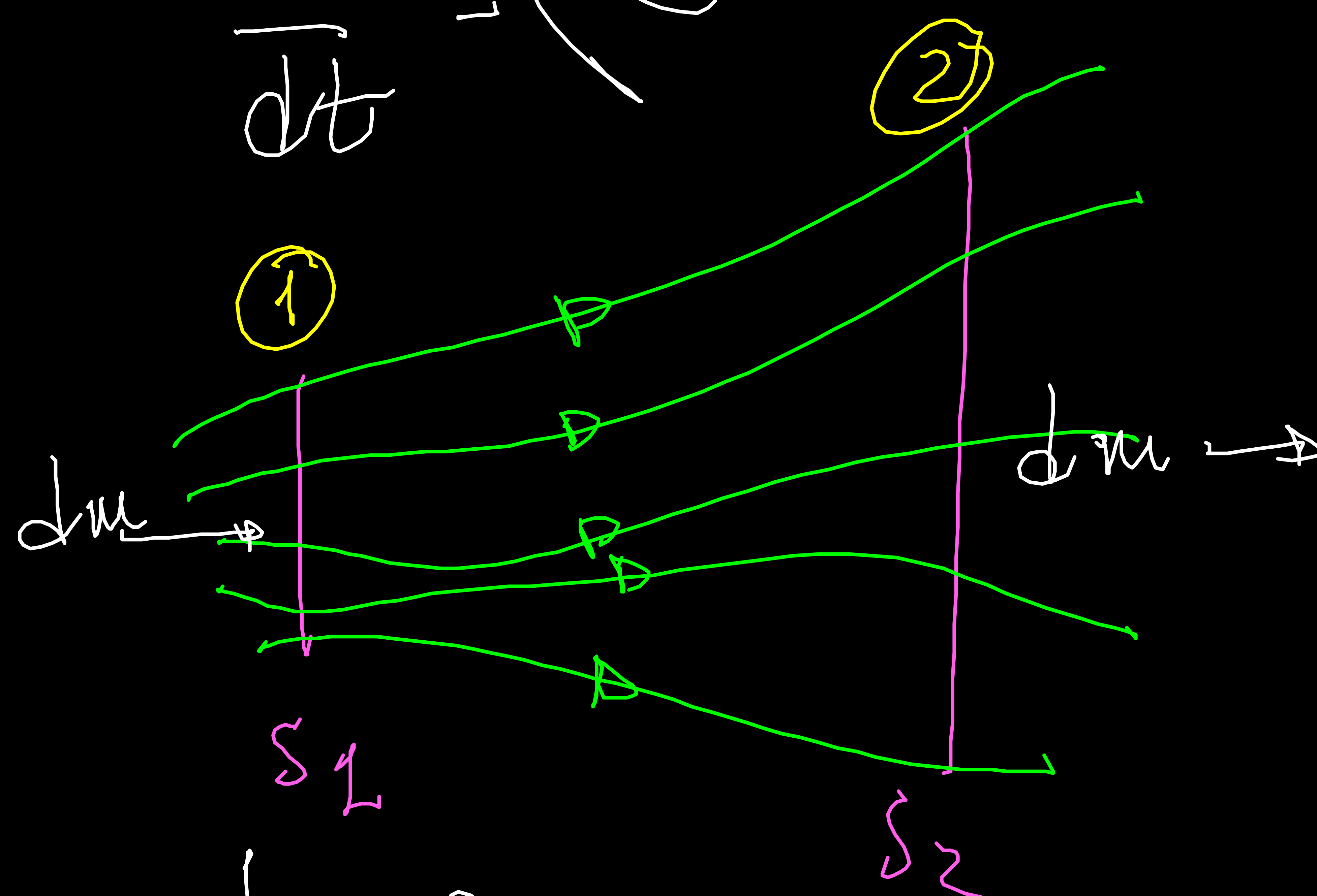
$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{dm}{dt} = \rho S v$$

PORTATA DI MASSA

Portata di massa

$$\frac{dm}{dt} = \rho S v$$

Se il flusso è stazionario è la stessa $\forall$ sezione di un tubo di flusso



$\frac{dm}{dt}$ è la stessa $\forall S$

① $\left.\frac{dm}{dt}\right|_1 = \rho_1 S_1 v_1$

② $\left.\frac{dm}{dt}\right|_2 = \rho_2 S_2 v_2$ $\left[\frac{Kg}{s}\right]$

$$\boxed{\rho_1 S_1 v_1 = \rho_2 S_2 v_2}$$

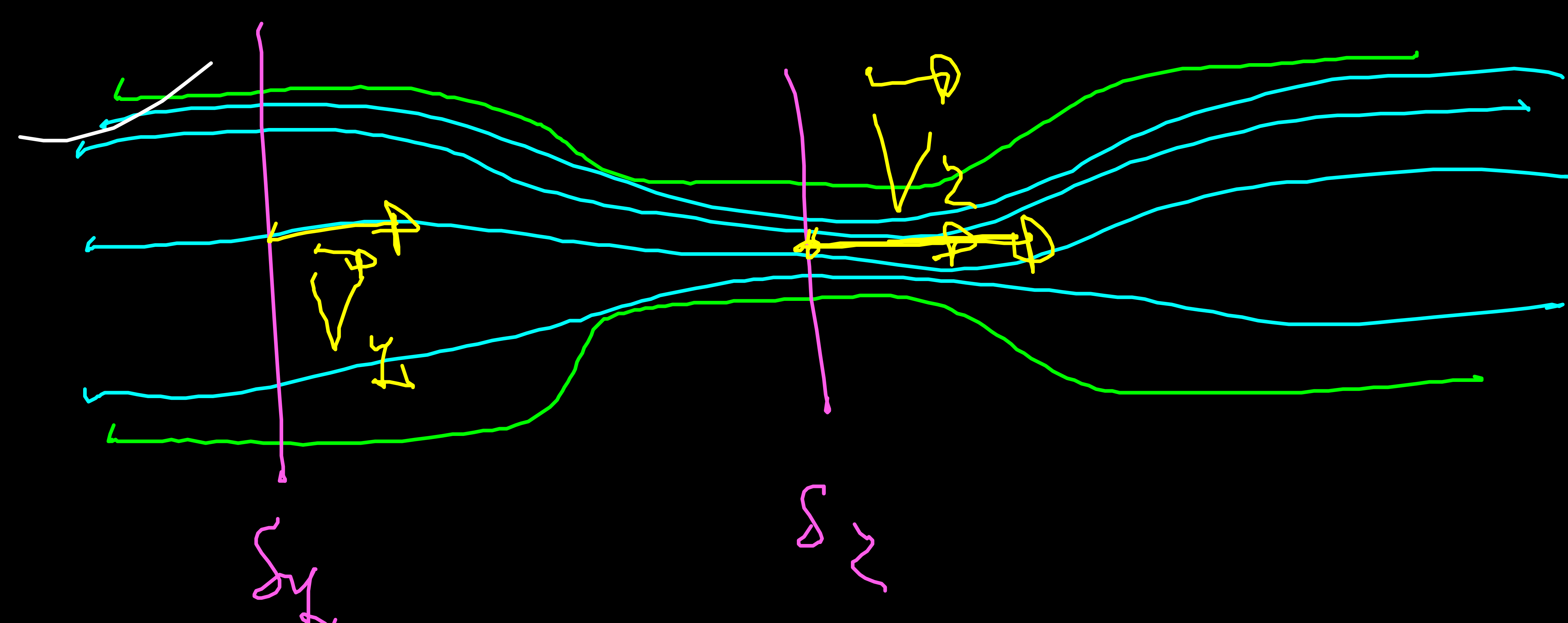
PRINCIPIO DI CONTINUITÀ

Per un fluido incompressibile ρ è costante

$$\Rightarrow \cancel{\rho_1} S_1 v_1 = \cancel{\rho_2} S_2 v_2 \Rightarrow \boxed{v_1 S_1 = v_2 S_2} \quad \left[\frac{m^3}{s}\right]$$

$\rho_1 = \rho_2$

$Q = vS$ Portata di volume

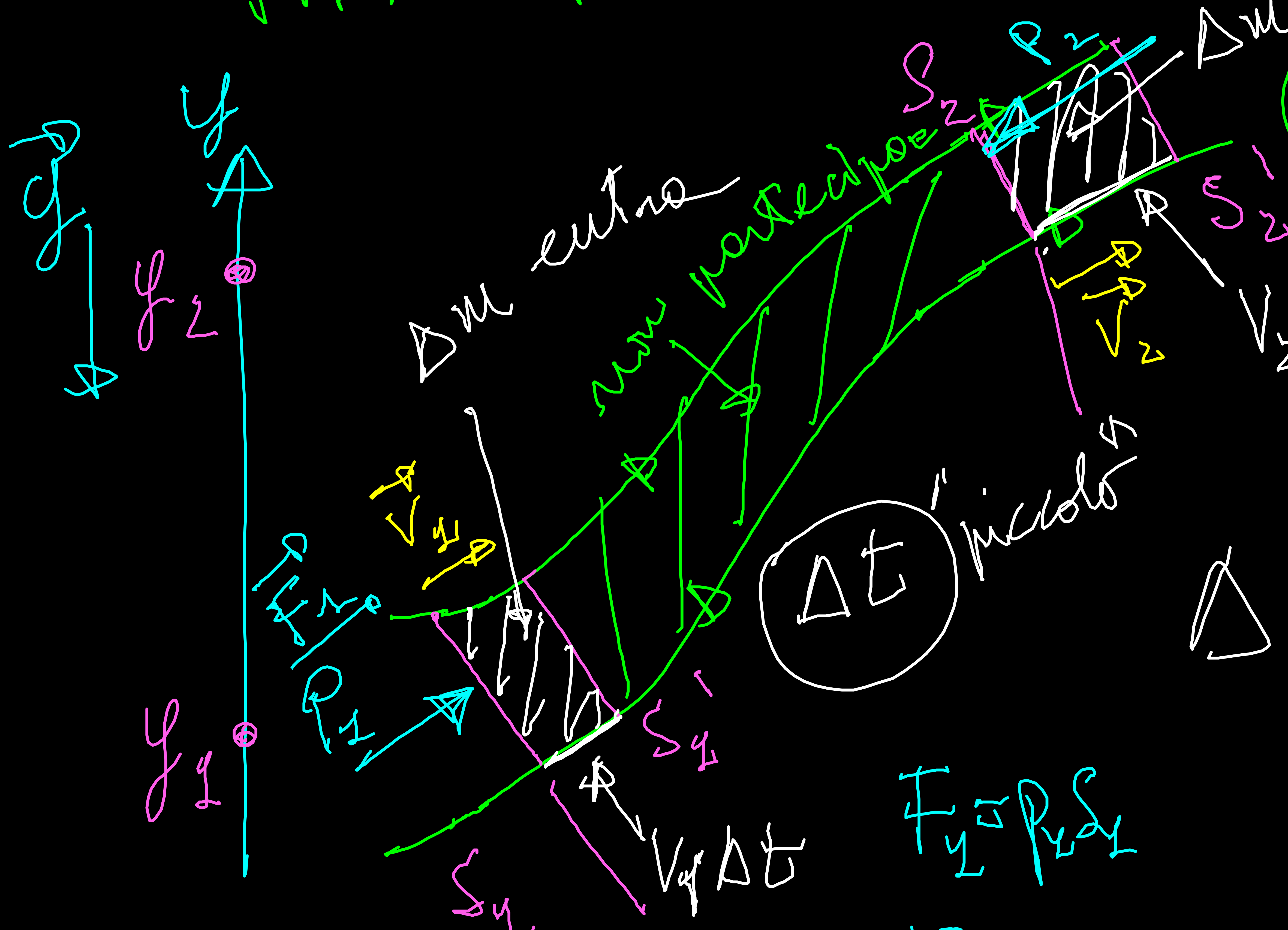


$$S_1 V_1 = S_2 V_2$$

$$V_2 = \frac{S_1}{S_2} V_1 > V_1 \text{ se } S_1 > S_2$$

PRINCIPIO DI BERNOULLI

(Tubo di flusso visto in sezione)



$F_1 = P_1 S_1$

$F_2 = P_2 S_2$

FLUIDO
- INCOMPR.
- MOTO STAZ.
- NON VISCOSO

$$\Delta K = \frac{1}{2} \Delta m V_2^2 - \frac{1}{2} \Delta m V_1^2$$

$$\Delta K = \mathcal{L}_{CONS} = -\Delta U_{grav} + \mathcal{L}_{\text{forze di pressione}}$$

$$\mathcal{L}_p = \mathcal{L}_{F_1} + \mathcal{L}_{F_2} = F_1 V_1 \Delta t - F_2 V_2 \Delta t$$

$$= P_1 S_1 V_1 \Delta t - P_2 S_2 V_2 \Delta t$$

$\xrightarrow{\text{vale}}$ $\mathcal{L}_{TOT} = \Delta K$, $\mathcal{L}_T = \mathcal{L}_{NONS}$ $\rightarrow$ E si conserva

$$\Delta K = \frac{1}{2}\Delta m V_2^2 - \frac{1}{2}\Delta m V_1^2$$

$$\boxed{\Delta K = \mathcal{L}_{cons} = -\Delta U_{grav} + \mathcal{L}_{\text{forze di pressione}}}$$

$$-\Delta U_{grav} = -\underline{(\Delta m g y_2 - \Delta m g y_1)}$$

$$\mathcal{L}_p = \mathcal{L}_{F_1} + \mathcal{L}_{F_2} = F_1 V_1 \Delta t - F_2 V_2 \Delta t$$

$$= \underline{p_1 S_1 V_1 \Delta t - p_2 S_2 V_2 \Delta t}$$

— continuità + incompressibilità

$S_1 V_1 = S_2 V_2$

$$\frac{1}{2}\Delta m (V_2^2 - V_1^2) = p_1 \underbrace{S_1 V_1 \Delta t}_{\Delta V_1} - p_2 \underbrace{S_2 V_2 \Delta t}_{\Delta V_2} - \Delta m g (y_2 - y_1)$$

$\Delta m = \rho \Delta V$ $\qquad \Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$

— continuità + incompressibilità

$S_1 V_1 = S_2 V_2$

$$\frac{1}{2}\Delta m\left(V_2^2 - V_1^2\right) = P_1 \underbrace{S_1 V_1 \Delta t}_{\Delta V_1} - P_2 \underbrace{S_2 V_2 \Delta t}_{\Delta V_2} - \Delta m g\left(y_2 - y_1\right)$$

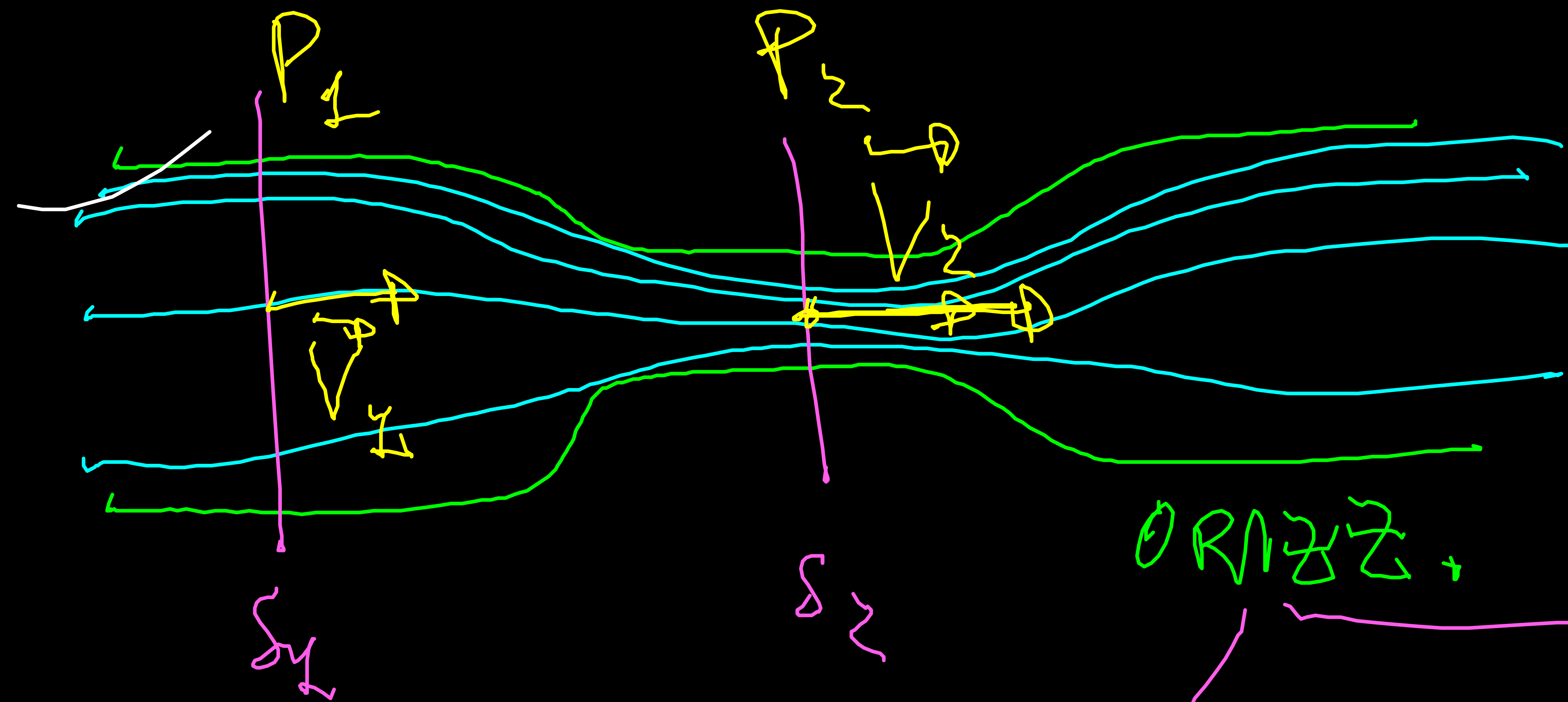
$\Delta m = \rho \Delta V$ $\qquad \Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$

$$\frac{1}{2}\cancel{\rho}\cancel{\Delta V}\left(V_2^2 - V_1^2\right) = P_1 \cancel{\Delta V} - P_2 \cancel{\Delta V} - \cancel{\rho \Delta V} g\left(y_2 - y_1\right)$$

$$\boxed{\frac{1}{2}\rho V_2^2 + P_2 + \rho g y_2 = \frac{1}{2}\rho V_1^2 + P_1 + \rho g y_1}$$

EQUAZIONE DI BERNOULLI

$$\frac{1}{2}\rho V_2^2 + P_2 + \rho g y_2 = \frac{1}{2}\rho V_1^2 + P_1 + \rho g y_1$$



$$S_1 V_1 = S_2 V_2$$

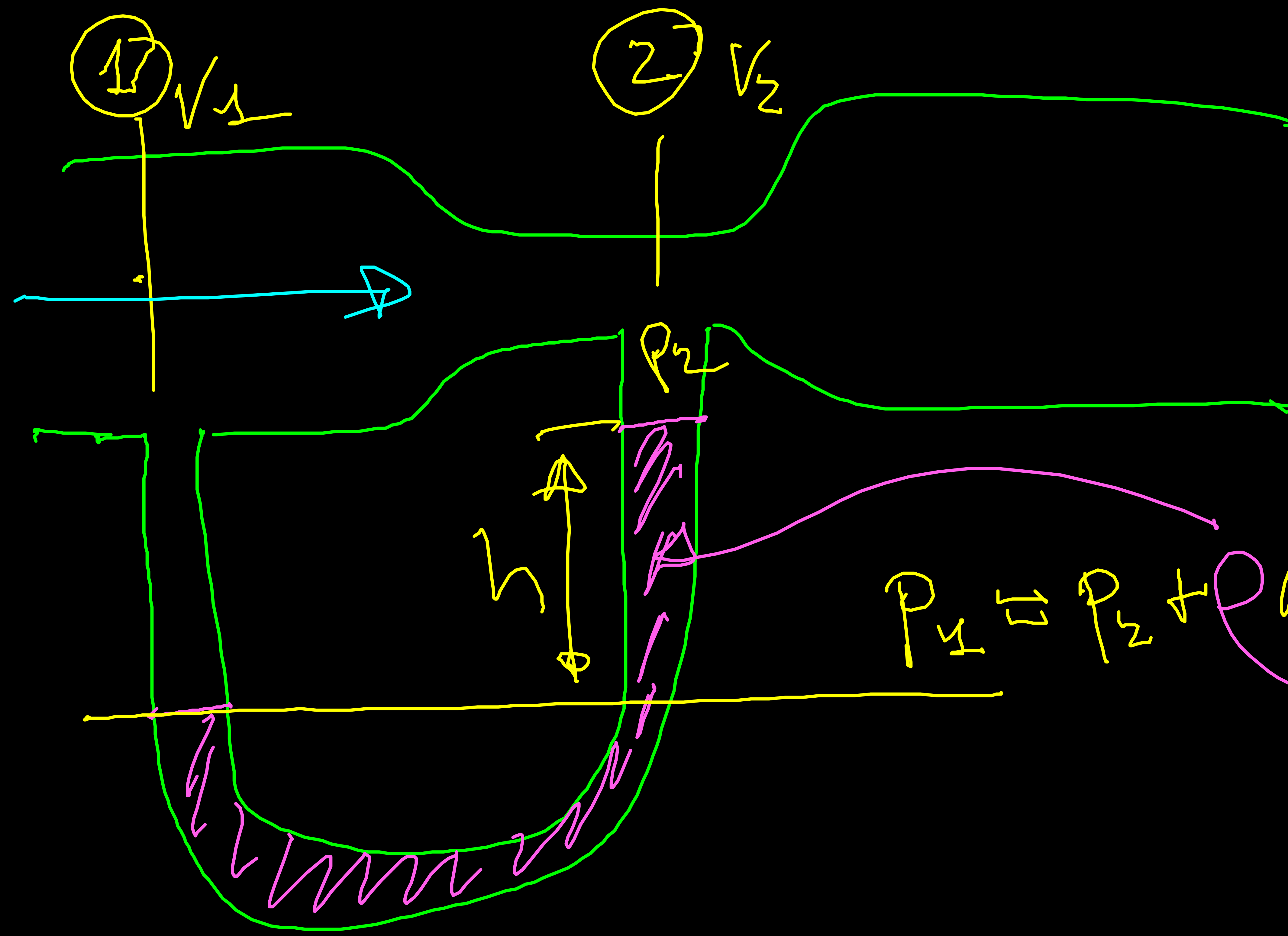
$$V_2 = \frac{S_1}{S_2} V_1 > V_1 \quad \text{se } S_1 > S_2$$

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 > 1$$

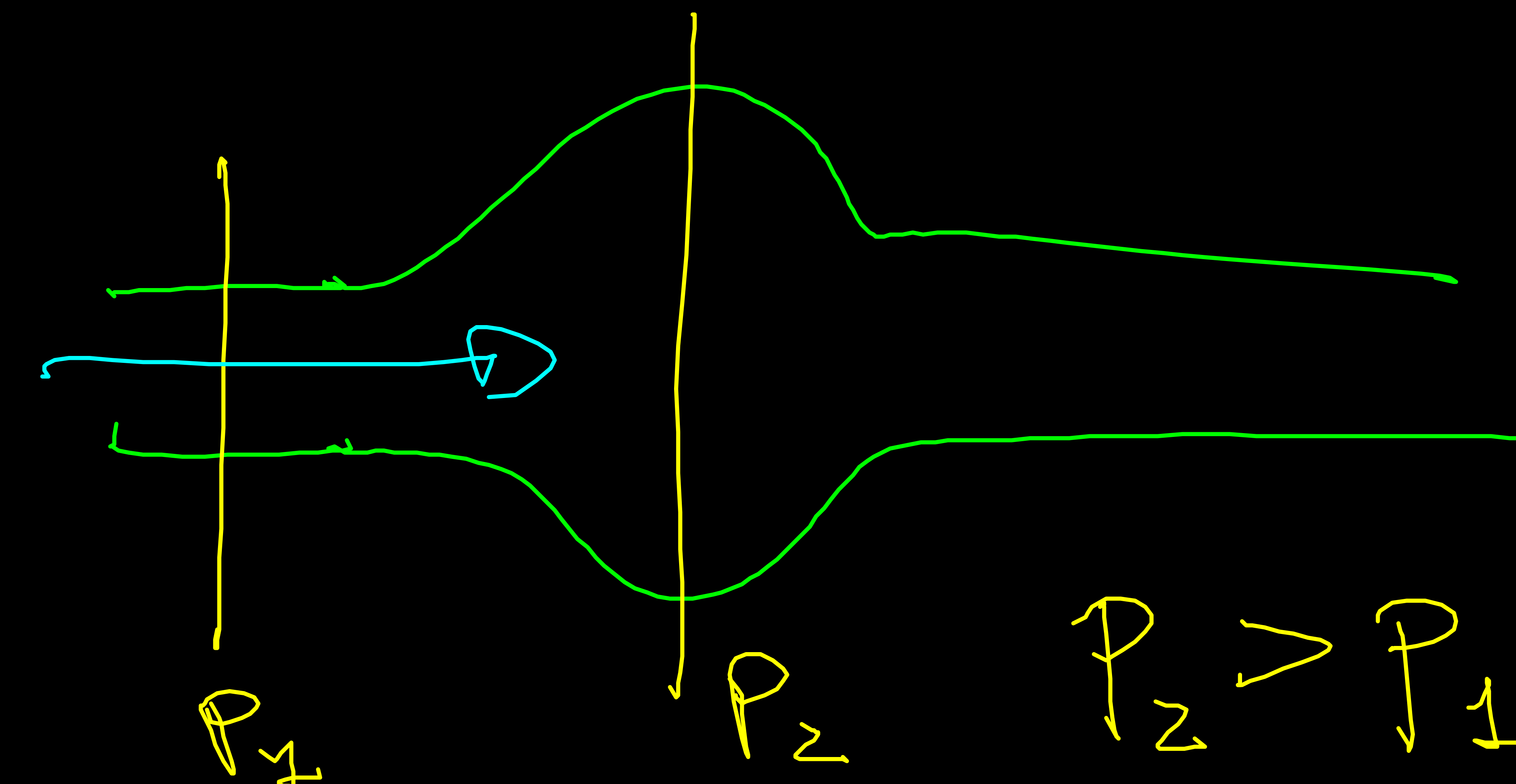
$$P_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^2 + \cancel{\rho g y_1} = P_2 + \frac{1}{2}\rho V_2^2 + \cancel{\rho g y_2}$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho V_2^2 - \frac{1}{2}\rho V_1^2 = \frac{1}{2}\rho\left(V_2^2 - V_1^2\right) = \frac{1}{2}\rho V_1^2\left(\overbrace{\frac{V_2^2}{V_1^2} - 1}^{>0}\right)$$

$$P_1 > P_2$$



$$P_1 = P_2 + \rho g h$$



$$P_2 > P_1$$