Ancora da fare:

1) Ultimi due cap.
2) Altre prove d'esame → Spostato scadenza mart. ore 10
3) Esercitazione
4) Sito moodle, da aggiornare
   - Info relazioni lab.
   - Domande d'esame

Cap. 18 Teoria cinetica dei gas

Grandi numeri $\longrightarrow$ medie sui moti molecolari

$> 10^{23}$

vuoto?

1 m^3 vuoto intergalattico 10^8

Ipotesi del modello molecolare del gas perfetto

1) Grandi numeri . N molecole

m

dimensioni $\ll$ distanze fra molecole

2) Meccanica : singoli moti , mecc. newtoniana

3) Urti : moto libero tranne gli istanti in cui urtano le pareti $\underbrace{\text{e si urtano fra loro}}_{P \sim 0}$

Urti elastici $\longrightarrow$ t.c. varia solo comp. $\perp$

4) Casualità : moti casuali e gas in equilibrio $\longrightarrow$ applico metodi probabilistici

per semplicità recipiente parallelepipedo

- $V = L_1 L_2 L_3$ $\quad$ L_i spigoli

- Posso usare coordinate cartesiane

Medie e probabilità

moto medio delle molecole

j generica molecola

v_{jx}

$$\langle v_x \rangle = \frac{\sum_{j=1}^{N} v_{jx}}{N} = \frac{\sum v_{jx}}{N}$$

$$\langle v_x \rangle = \langle v_y \rangle = \langle v_z \rangle = 0 \ \frac{m}{s}$$

$$\langle \vec{v} \rangle = \langle v_x \rangle \hat{i} + \langle v_y \rangle \hat{j} + \langle v_z \rangle \hat{k} = 0$$

vettore $\vec{v}$ in media nullo

il modulo no!

$$v_j^2 = v_{jx}^2 + v_{jy}^2 + v_{jz}^2$$

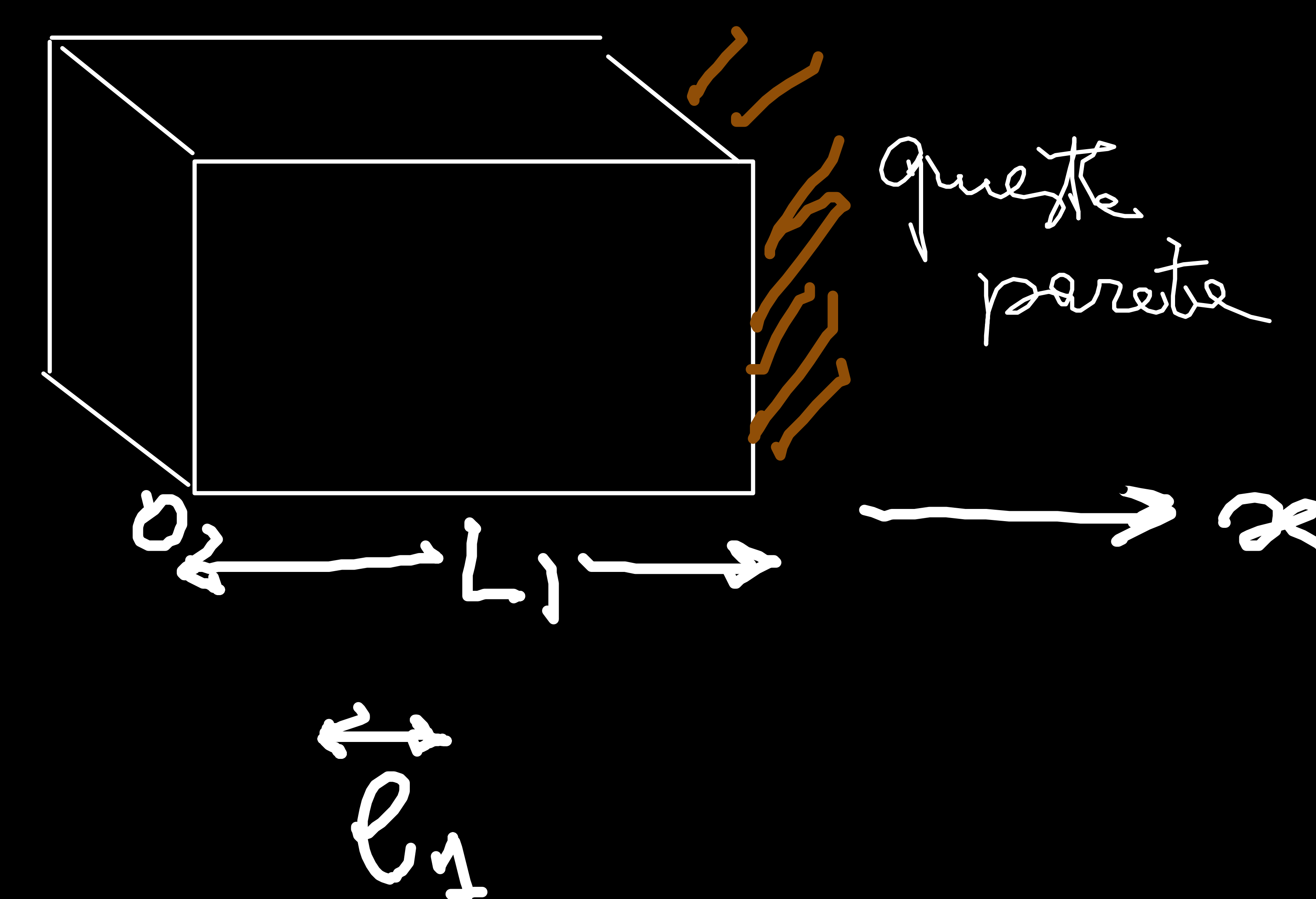
$$\langle v^2 \rangle = \frac{\sum v_j^2}{N}$$

Dato che le direzioni spaziali sono equivalenti, $x\ y\ z$

$$\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle$$

$$\langle v^2 \rangle = \langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle = 3 \langle v_x^2 \rangle$$

e le posizioni ?



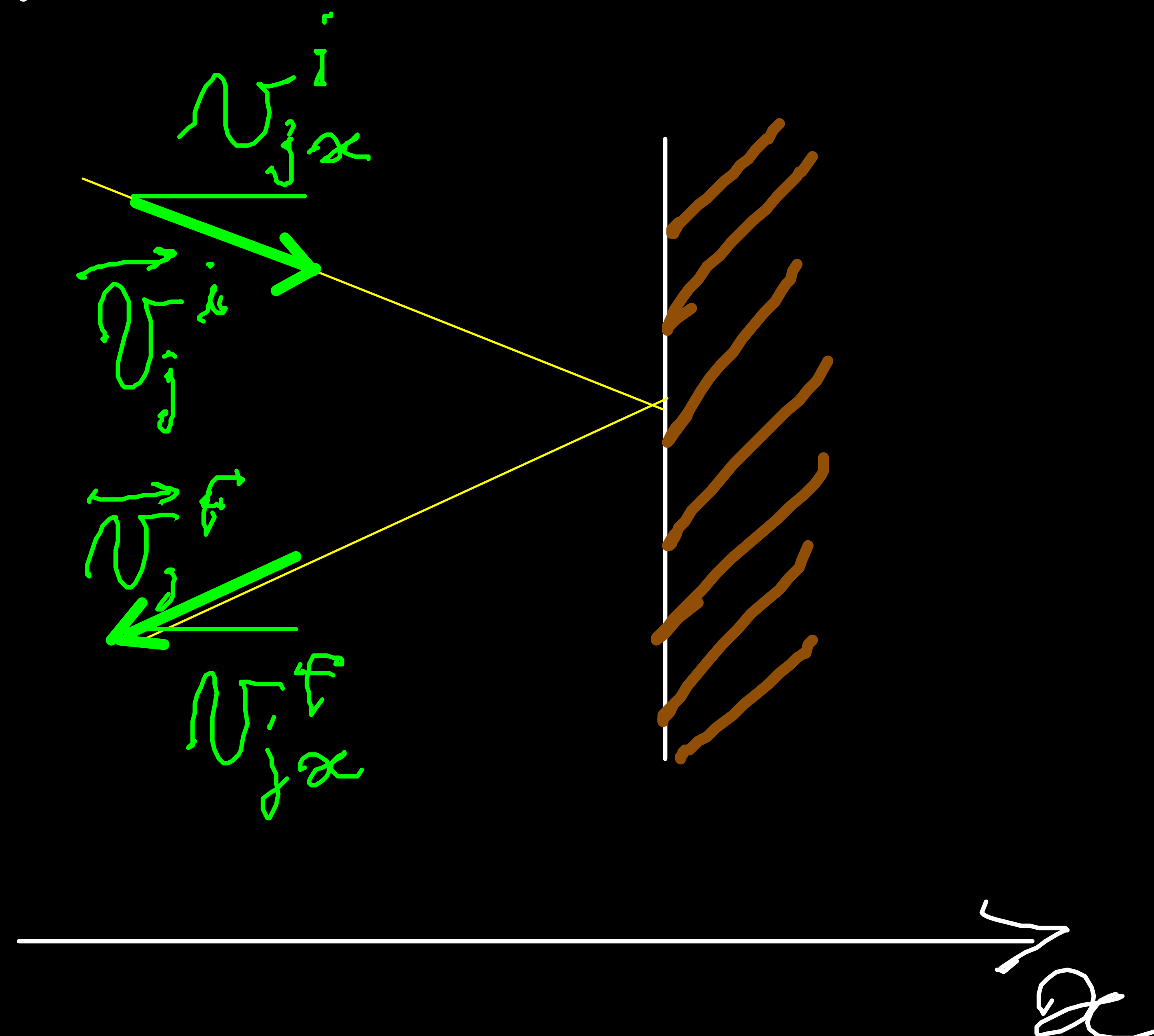
$$\langle x \rangle = \frac{\sum x_j}{N} = \frac{L_1}{2}$$

$$P = \frac{\ell_1}{L_1}$$

Calcolo della pressione esercitata dal gas sulla parete

$$p = \frac{F}{A}$$

$$\vec{J} = \vec{F}\,\Delta t$$



$$\underbrace{v^f_{jx}}_{-v_{jx}} = -v^i_{jx}$$

$$\Delta p_{jx} = p^f_{jx} - p^i_{jx} =$$

$$= m(-v_{jx}) - m(v_{jx})$$

$$= -2mv_{jx}$$

J' impulso che la parete esercita su mol

$$J'_{jx} = \Delta p_{jx} = -2mv_{jx}$$

Per 3° principio Newton $J_{jx} = -J'_{jx} = 2mv_{jx}$

Probabilità che una molecola j urti la parete

Δt prodotto 3 prob

1) Probabilità che non ne urti un'altra $\longrightarrow P \simeq 1$

2) " che j "vada avanti" $P(v_{jx} > 0) = \frac{1}{2}$

3) la distanza $l_1 < v_{jx} \Delta t$

$$P = 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{l_1}{L_1} = \frac{1}{2} \frac{v_{jx} \Delta t}{L_1}$$

$$\langle J_{jx} \rangle = J_{jx} P = \cancel{2} m v_{jx} \frac{\frac{1}{\cancel{2}} v_{jx} \Delta t}{L_1}$$

$$= \frac{m v_{jx}^2 \Delta t}{L_1}$$

Sommo su tutte le molecole j

$$\langle J_x \rangle = \frac{m \left(\sum v_{jx}^2 \right) \Delta t}{L_1}$$

impulso totale in Δt

$$\langle F_x \rangle = \frac{\langle J_x \rangle}{\Delta t} = \frac{m}{L_1} \sum v_x^2$$

forza totale media x

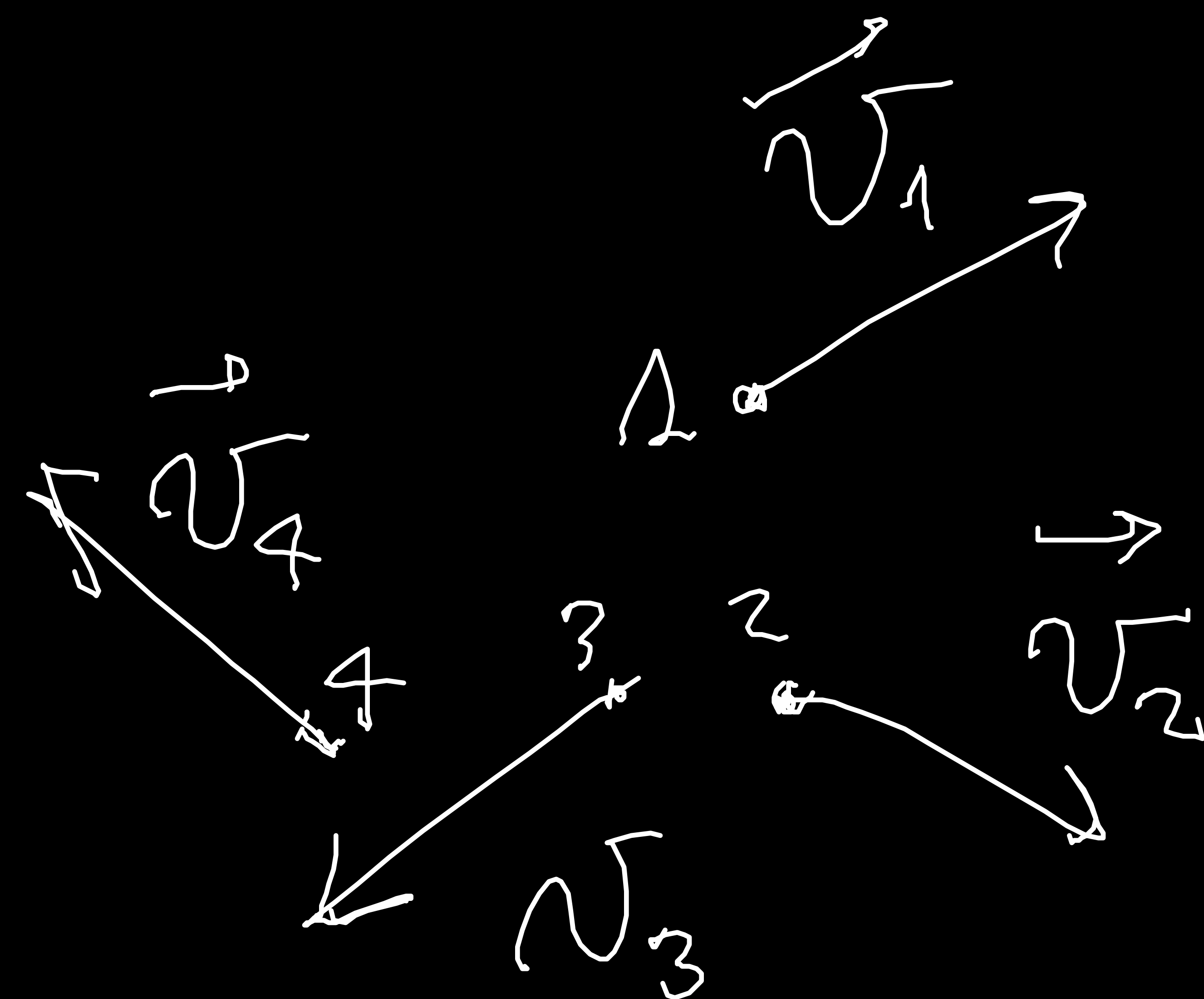
$$p = \frac{\langle F_x \rangle}{A} = \frac{\langle F_x \rangle}{L_2 L_3} = \frac{m \sum v_x^2}{\underbrace{L_1 L_2 L_3}_{V}}$$

$$p \propto \sum v_{jx}^2$$

$$pV = m \sum v_{jx}^2$$

$$\sum v_{jx}^2 = N \frac{\sum v_{jx}^2}{N} = N \langle v_x^2 \rangle = N \frac{\langle v^2 \rangle}{3}$$

$$pV = Nm \frac{\langle v^2 \rangle}{3} \qquad p \propto \langle v^2 \rangle$$



$$\langle v_x \rangle \simeq 0$$

$$\langle |v_x| \rangle \neq 0$$

$$\langle v_x^2 \rangle$$

Esempio 18.1

$n = 1 \text{ mol}$ $\qquad$ He $\qquad$ $22.5\, l$

$p_{atm} = 1.01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

$\langle v^2 \rangle = ?$

massa molecolare

$M = 4.0 \text{ g/mole}$

$Nm = 4.0 \cdot 10^{-3} \text{ Kg}/\cancel{\text{mole}} \cdot 1 \cancel{\text{mole}}$

$$\boxed{pV = \frac{Nm}{3} \langle v^2 \rangle}$$

$$\langle v^2 \rangle = \frac{3pV}{\underbrace{Nm}_{\text{massa totale gas}}} = \frac{3 \cdot 1.01 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 22.5 \cdot \cancel{10^{-3}} \text{ m}^3}{4.0 \cdot \cancel{10^{-3}} \text{ Kg}} =$$

$$17 \cdot 10^5 \frac{N m^{-2} m^3}{Kg} = 1.7 \cdot 10^6 \frac{m^2}{s^2}$$

$$v_{qm} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = 1.3 \cdot 10^3 \frac{m}{s}$$

Interpretazione microscopica della U e T

$p \propto \langle v^2 \rangle$

Gas mono-atomici assunti come perfetti

gas nobili He, Ne, Ar, Xe Rn

Assunzione $\longrightarrow$ no rotazioni e vibrazioni

$\longrightarrow$ en potenziale interazione trascurabile

$\Rightarrow$ Energia meccanica

Solo cinetica di traslazione

di molecole mono-atomiche

En. Interna tot sistema $\quad U = \sum \frac{1}{2} m v_j^2$

En. cinetica media $\quad \langle K \rangle = \frac{\sum \frac{1}{2} m v_j^2}{N} = \frac{1}{2} m \underbrace{\frac{\sum v_j^2}{N}}_{\langle v^2 \rangle}$

$\langle K \rangle \propto \langle v^2 \rangle$ come previsto!

$$U = N \langle K \rangle = \frac{1}{2} N m \langle v^2 \rangle$$

$$p, \langle K \rangle, U \quad \propto \langle v^2 \rangle$$

$$pV = \frac{1}{3} N m \langle v^2 \rangle = \frac{2}{3} \underbrace{\frac{1}{2} N m \langle v^2 \rangle}_{U}$$

$$pV = \frac{2}{3} U$$

Confronto $pV = nRT$

$$\frac{2}{3} U = nRT \rightarrow \boxed{U = \frac{3}{2} nRT}$$

Espressione per le costanti R k

In termini molecolari $n = \frac{N}{N_A}$

$$U = \frac{3}{2}\frac{N}{N_A} R T$$

$$\langle K \rangle = \frac{U}{N} = \frac{3}{2}\underbrace{\frac{R}{N_A}}_{k} T$$

R & N_A si riferiscono a 1 mole

k costante di Boltzmann

$1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K

k costante dei gas per molecola

$$\langle K \rangle = \frac{3}{2} k T$$

interpretazione molecolare della temperatura

Definizione di velocità quadratica media

$$v_{qm} = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$$

$$\begin{cases} \langle K \rangle = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle \\ \langle K \rangle = \frac{3}{2} kT \end{cases}$$

$$\frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} kT$$

$$\langle v^2 \rangle = \frac{3k}{m} T$$

$$v_{qm} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$