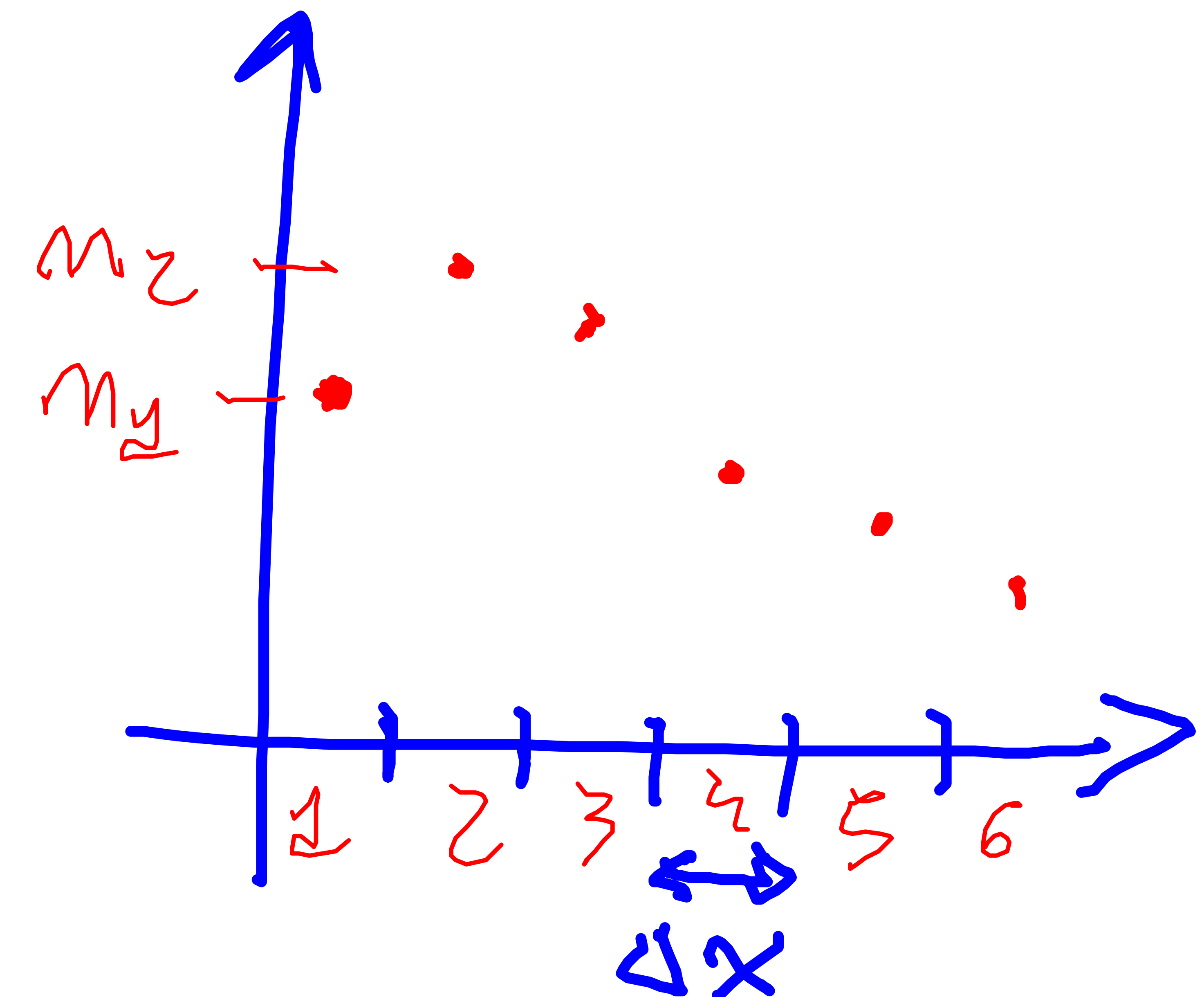
Densità di probabilità

F_k = frequenza di un evento k

$$= \frac{n_k}{N}$$

ρ_k = densità di probabilità

$$= \frac{F_k}{\Delta x}$$



$$\int_{-\infty}^{\infty} \rho(x)\,dx = 1$$

in continuo

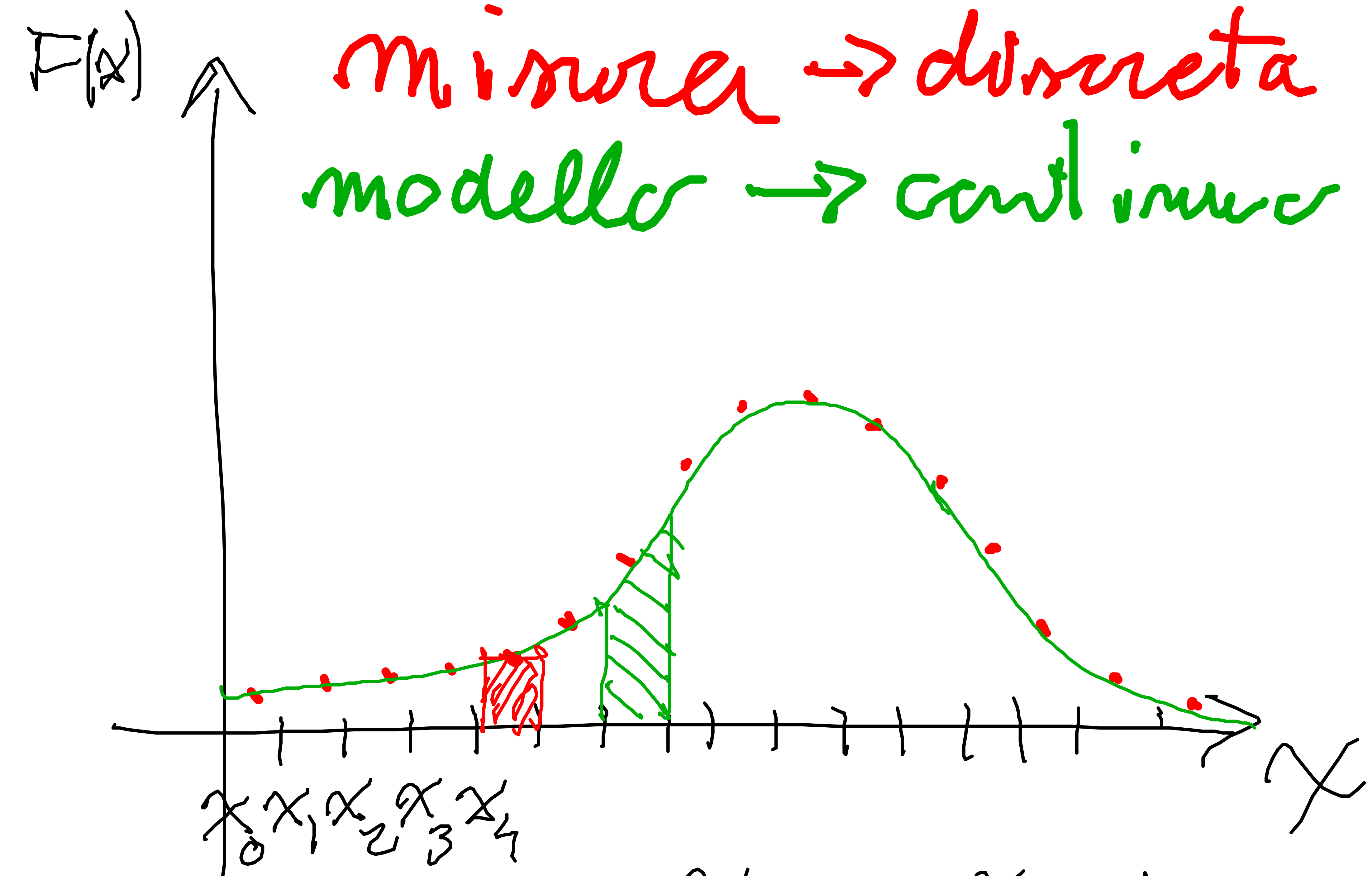
$\Delta x \to 0$

$$P(a \leq x \leq b) = \int_a^b \rho(x)\,dx$$

Densità di probabilità

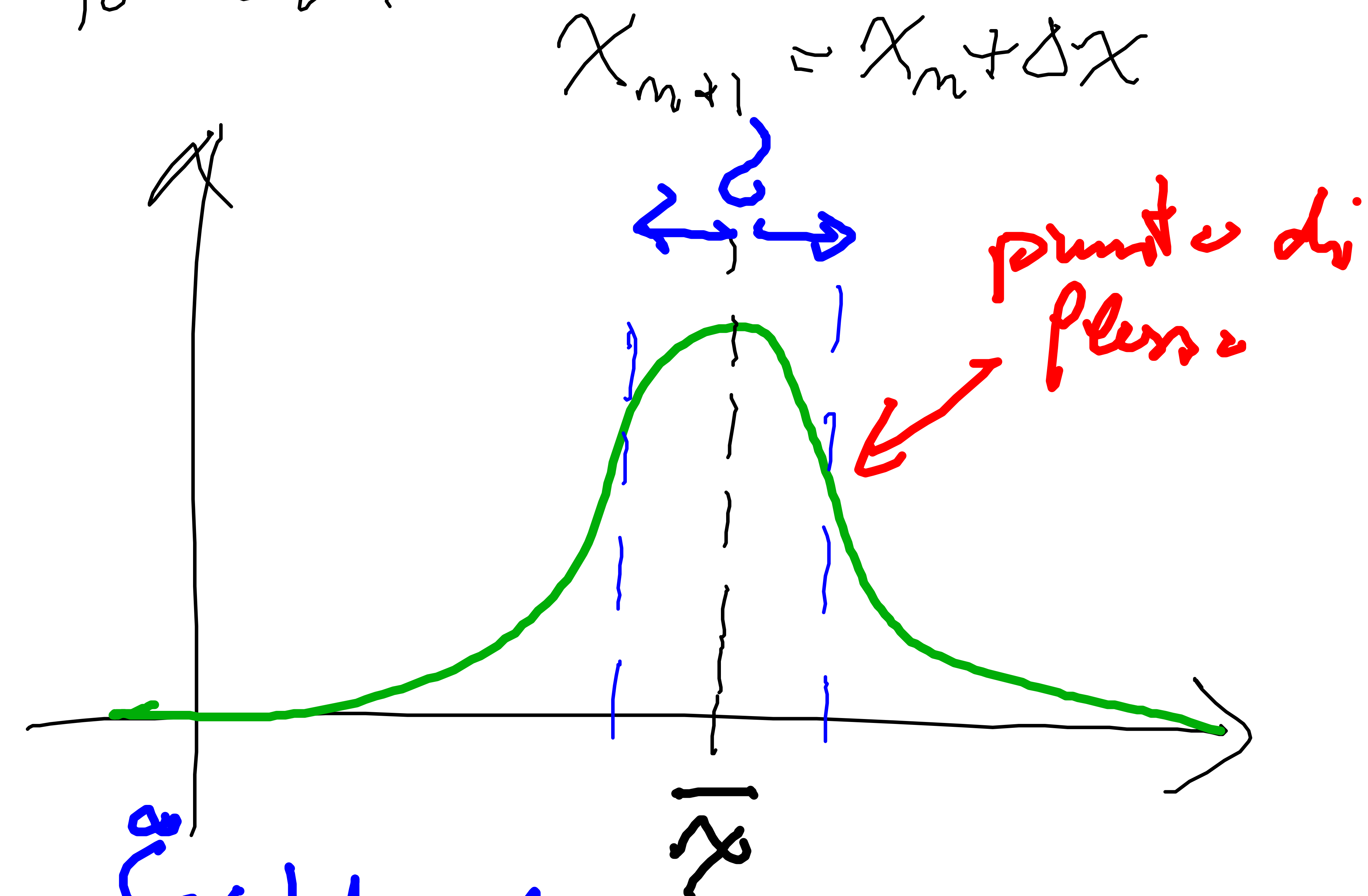
GAUSSIANA

$$\rho(x) = G(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\,\frac{1}{\sqrt{2\sigma^2}}\, e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}$$



Curva a campana

- centrata su $\bar{x}$
- simmetrica rispetto a $\bar{x}$
- σ deviazione standard
- $\sigma^2 = Var(x)$ - è sempre > 0
- $\int_{-\infty}^{\infty} G(x)\,dx = 1$

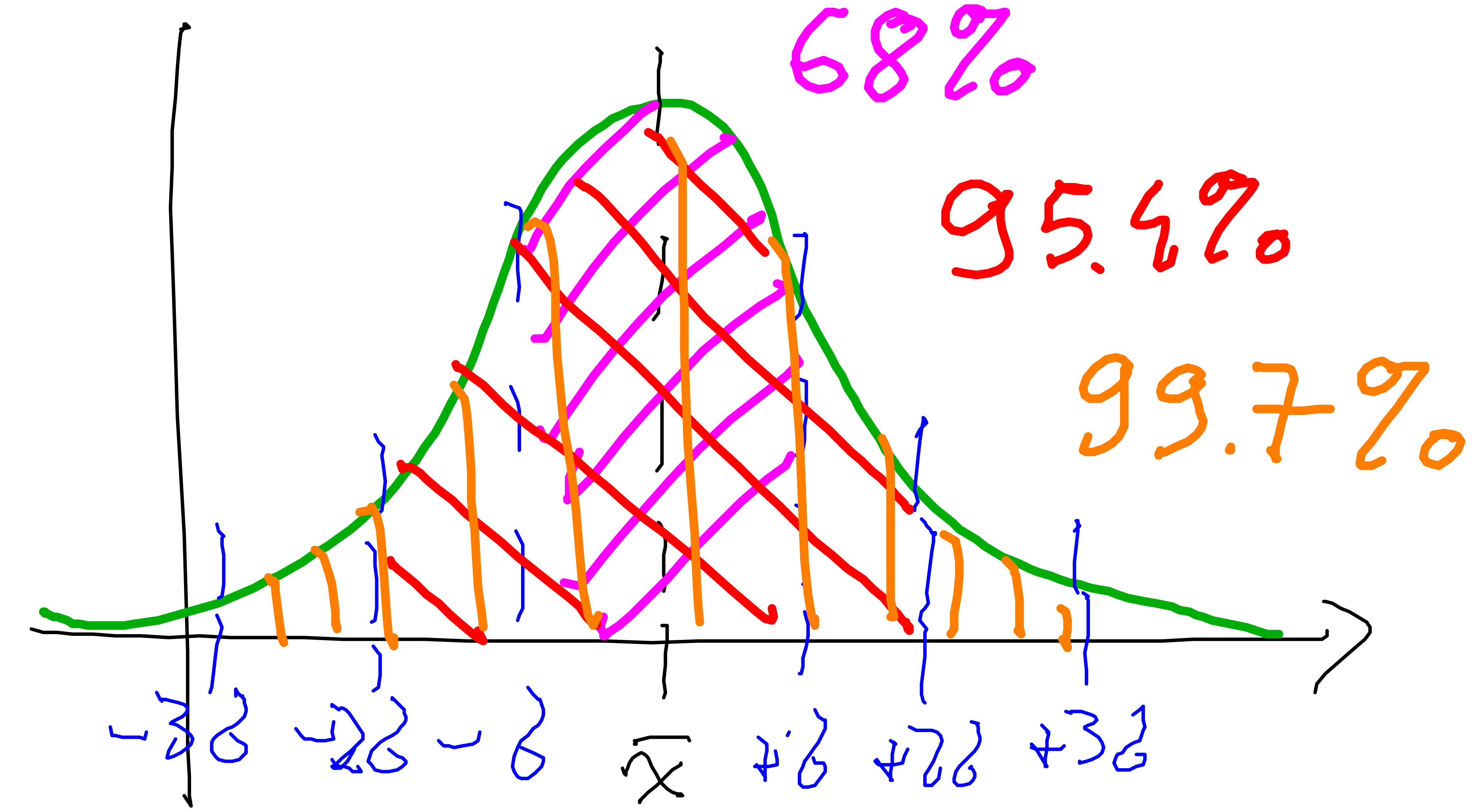


Densità di probabilità

$$P(\bar{x}-\sigma \le x \le \bar{x}+\sigma) = 68\%$$

$$P(\bar{x}-2\sigma \le x \le \bar{x}+2\sigma) = 95.4\%$$

$$P(\bar{x}-3\sigma \le x \le \bar{x}+3\sigma) = 99.7\%$$



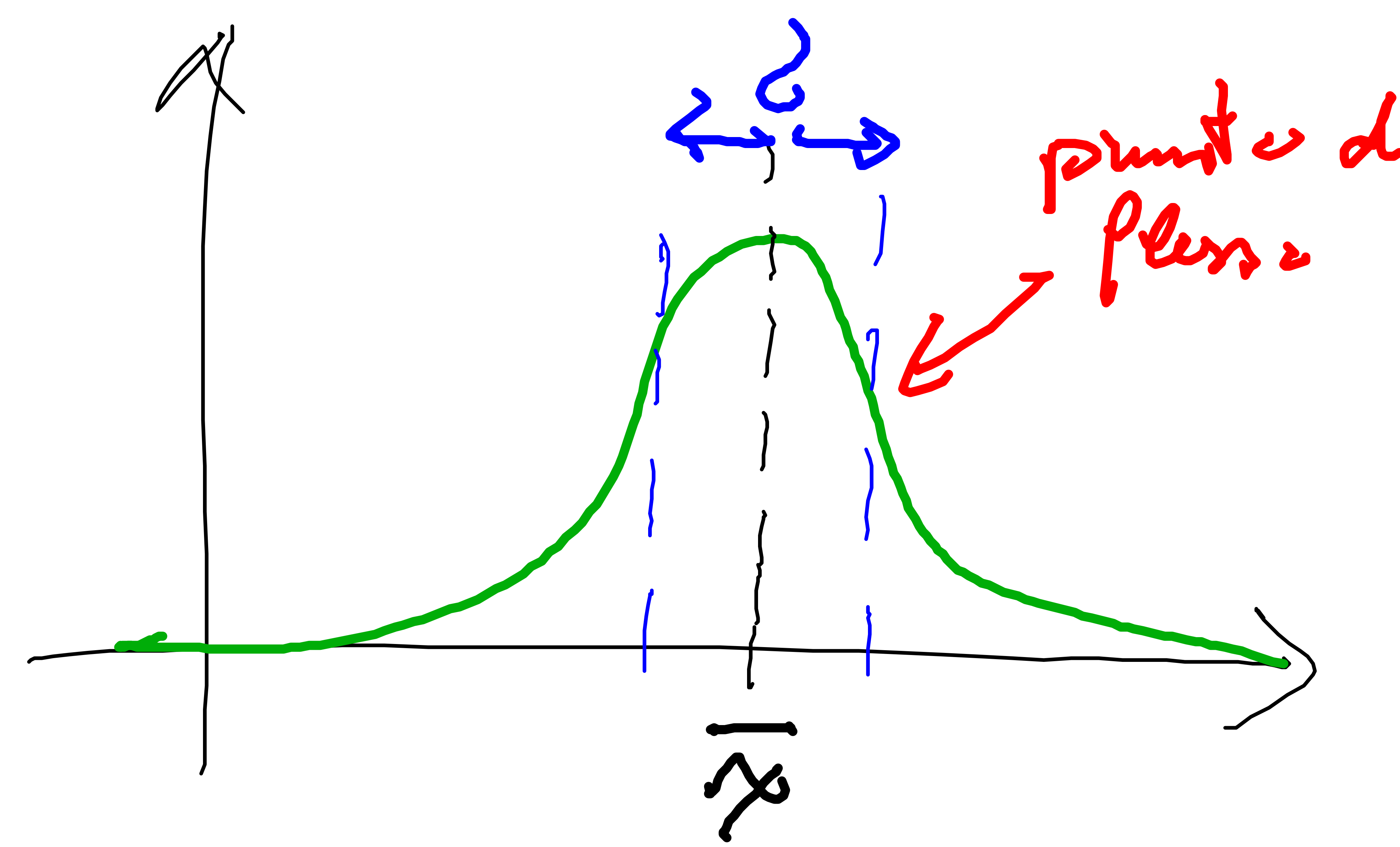
$$\boxed{x = \bar{x} \pm \sigma} \rightarrow 68\%$$

misura   miglior stima

$$\pm 2\sigma \rightarrow 95.4\%$$

$$\pm 3\sigma \rightarrow 99.7\%$$

LIVELLO DI CONFIDENZA



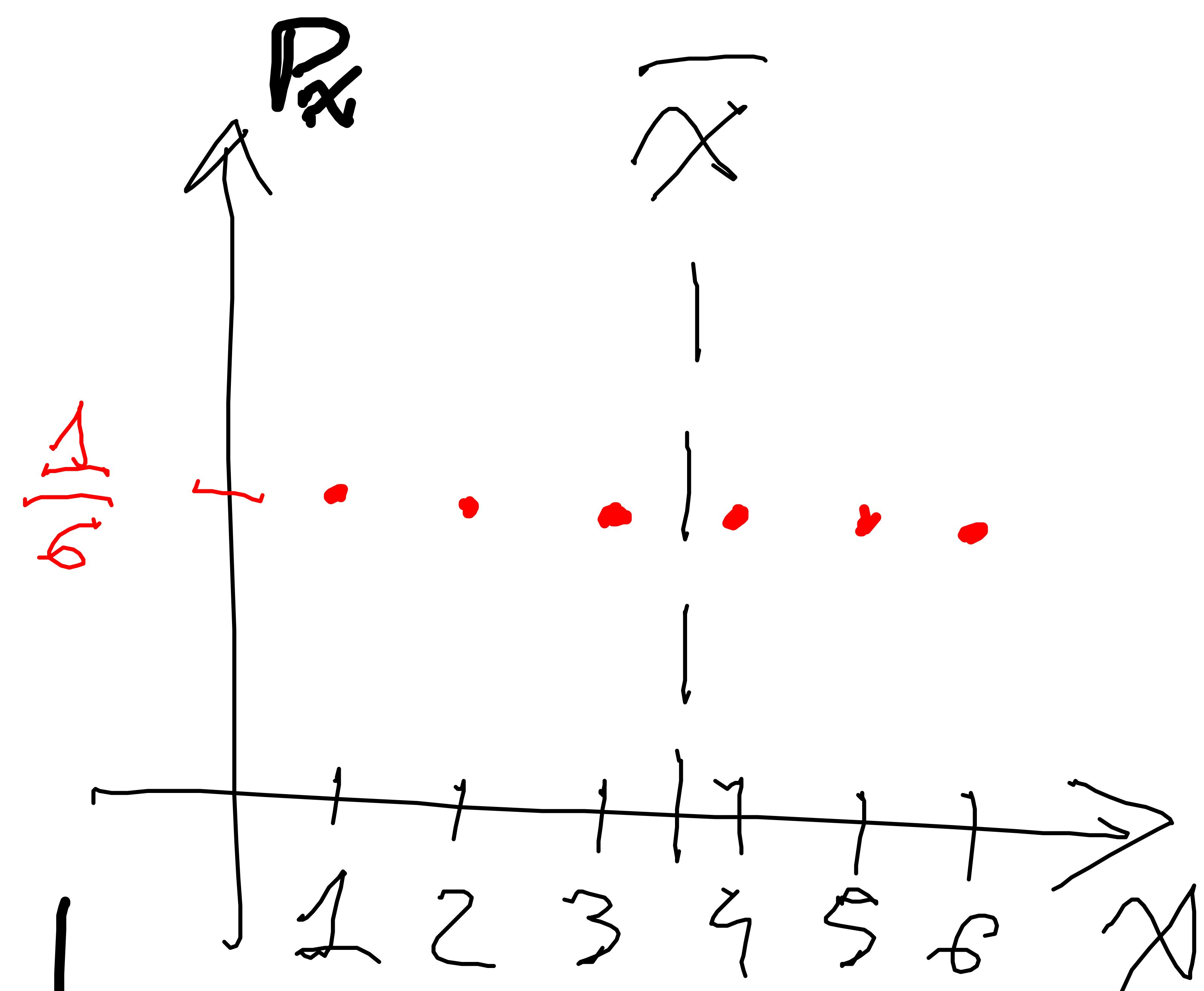
Teorema del limite centrale

Se ho una quantità y combinazione lineare di tante x_i $\left(y = \sum_i a_i x_i \right)$ e le x_i hanno incertezza finita, se $n \to \infty$ la distribuzione di probabilità di y è gaussiana.

1 DADO

$x = 1 \dots 6$

$P(x) = \frac{1}{6}$



$\bar{x} = \sum P_{x_i} x_i = \frac{1}{6}(1+2+3+4+5+6) = 3.5$

$Var(x) = \sum (x_i - \bar{x})^2 P_{x_i} = \frac{1}{6}(2.5^2 + 1.5^2 + 0.5^2 + 0.5^2 + 1.5^2 + 2.5^2) = 2.92$

$\sigma = \sqrt{Var} = 1.7$

$\Rightarrow x = 3.5 \pm 1.7$

$P(\bar{x} - \sigma \leq x \leq \bar{x} + \sigma) = \frac{4}{6} \simeq 67\%$

Teorema del limite centrale

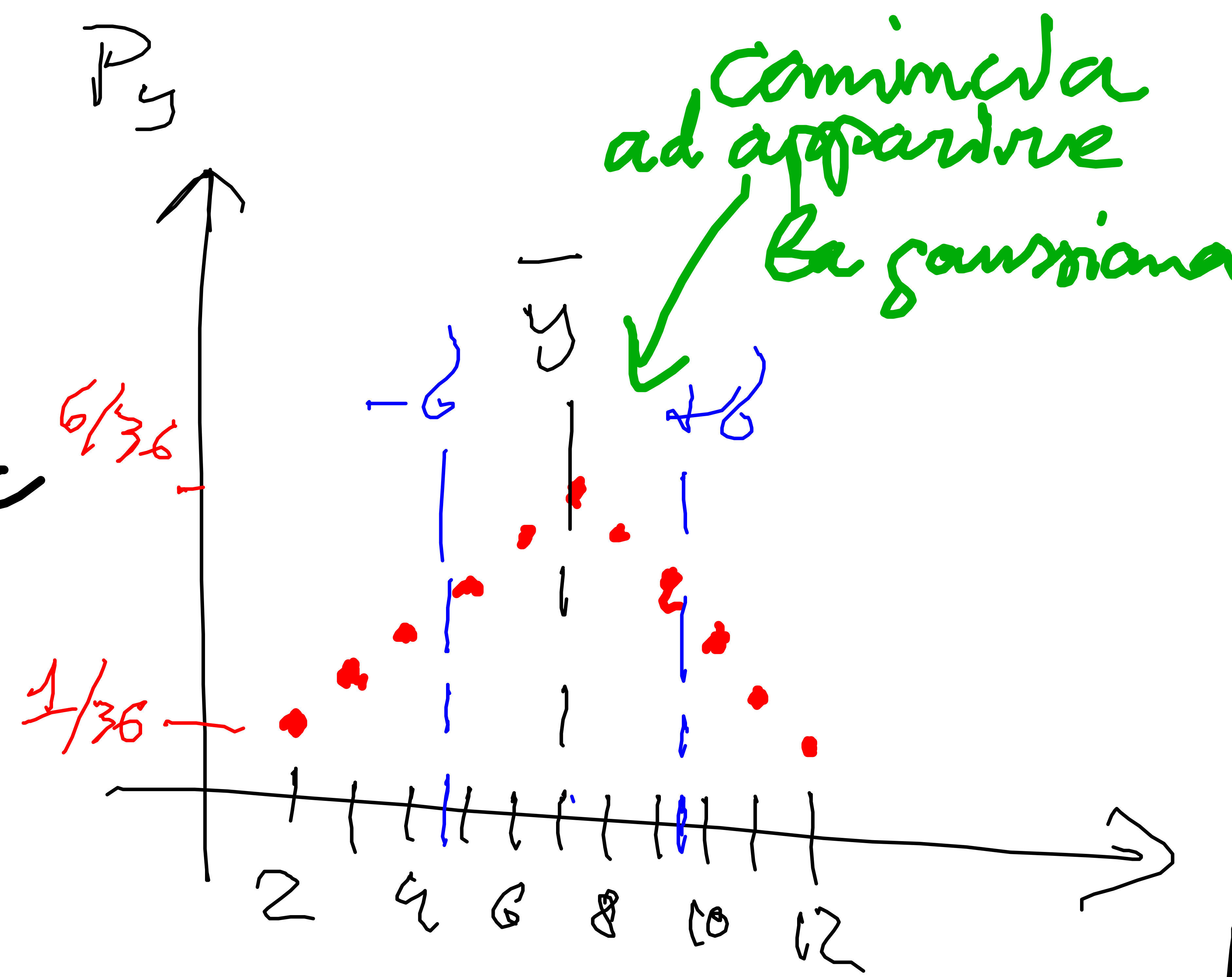
Se ha una quantità y combinazione lineare di tante x_i $\left(y = \sum_i a_i x_i \right)$ e le x_i hanno incertezza finita, se $n \to \infty$ la distribuzione di probabilità di y è gaussiana.

2 DADI

$y = X + R$

X = primo dado

R = secondo dado



$\bar{y} = \sum y_i P_{y_i} = 7$

$\sigma_y^2 = \sum (y_i - \bar{y})^2 P_{y_i} = 5.83$

$\sigma = 2.4$

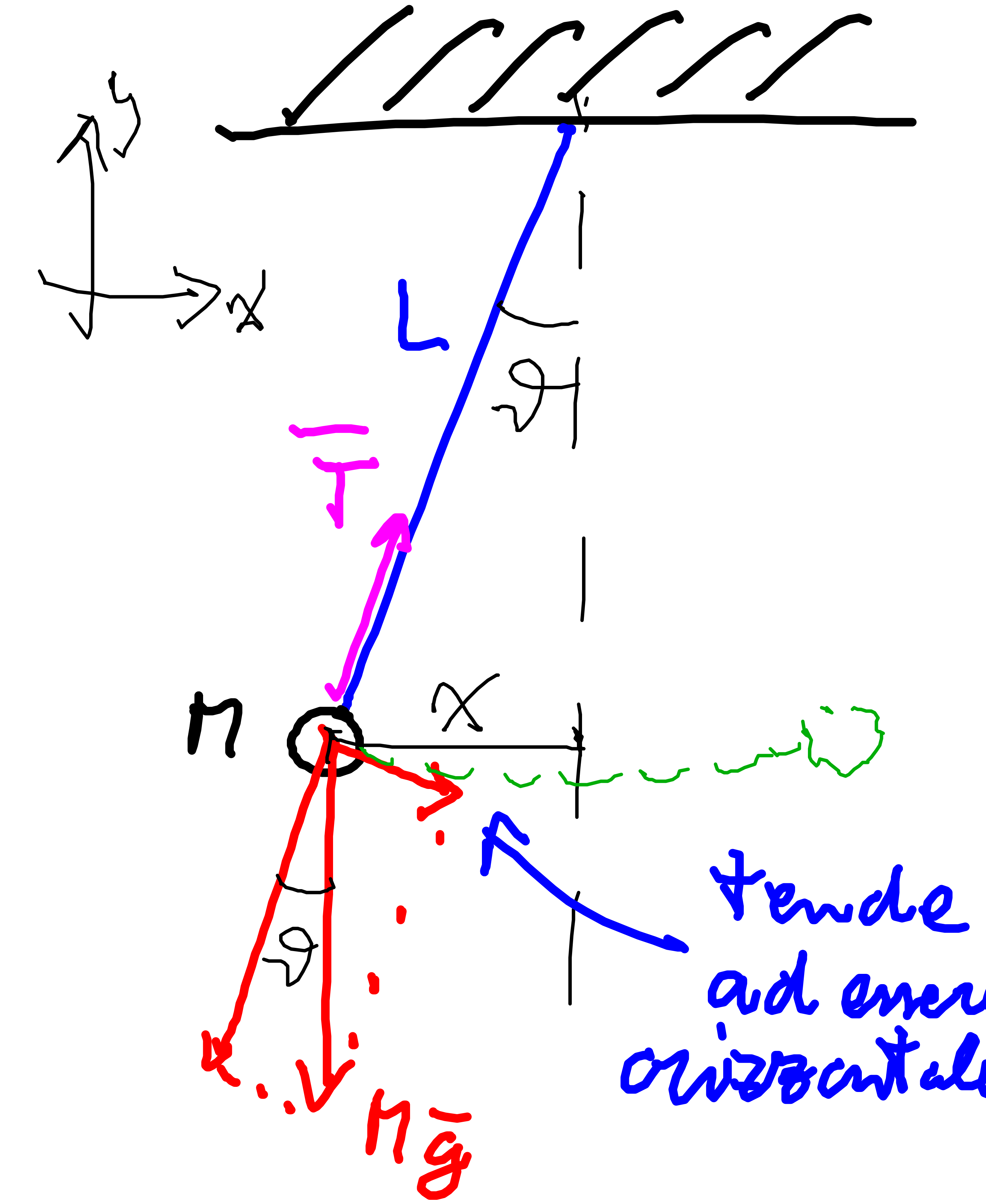
$y = 7 \pm 2.4$

$P(\bar{y} - \sigma_y \leq y \leq \bar{y} + \sigma_y) = \frac{24}{36} = 67\%$

Pendolo semplice

filo di lunghezza L (massa filo trascurabile)

massa appesa M



$$\sum F = -F_p \sin\vartheta = -Mg\sin\vartheta$$

$\boxed{\text{se } \vartheta \text{ e' PICCOLO}}$

- lunghezza arco $\rightarrow x$
- accelerazione $\rightarrow a_x$

$$-Mg\sin\vartheta = Ma_x$$

$$-Mg\frac{x}{L} = Ma_x$$

$$a_x = -\frac{g}{L}x$$

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{g}{L}x}$$

$$x = x_0\cos(\omega t + \phi)$$

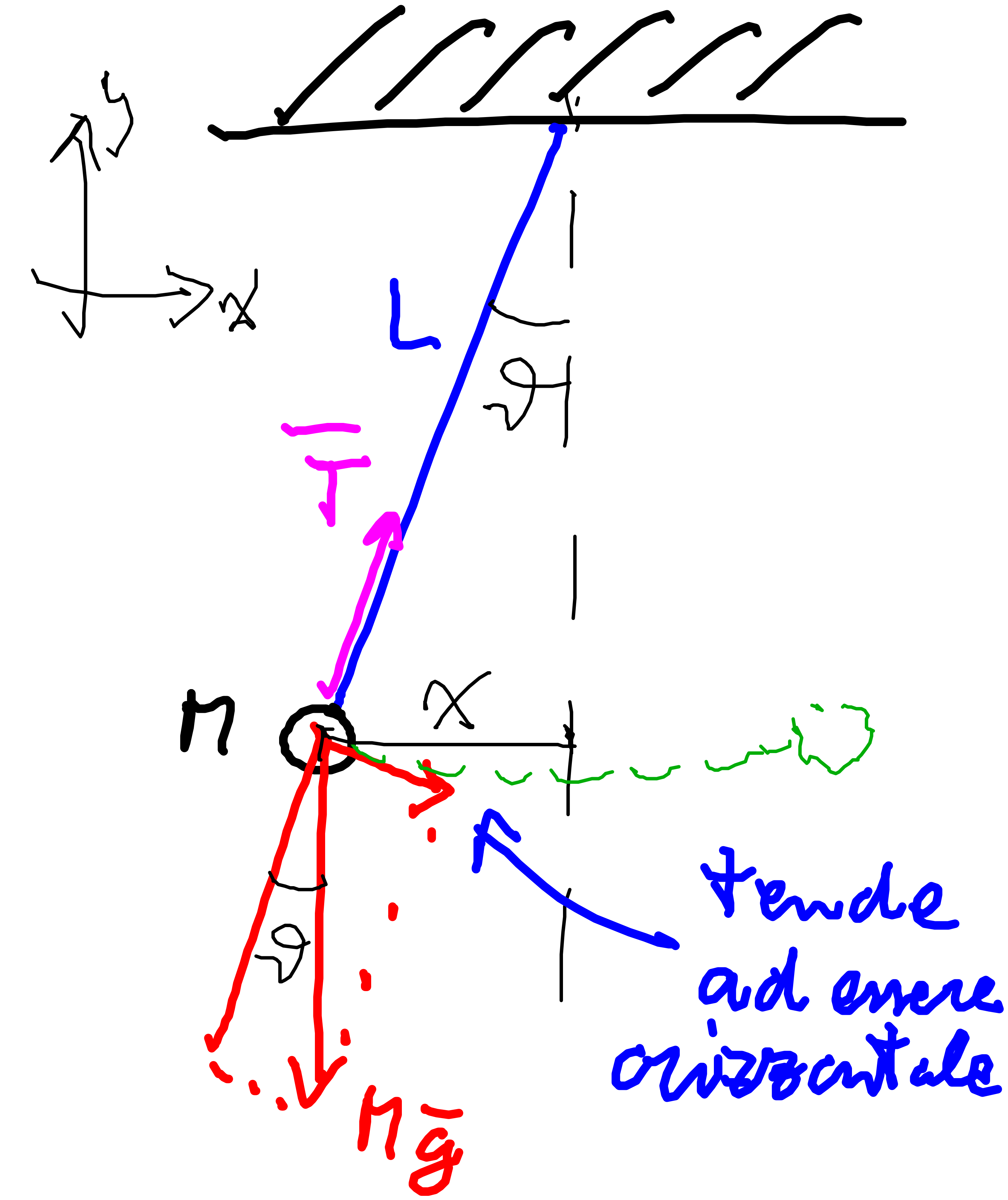
$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Pendolo semplice

filo di lunghezza L (massa filo trascurabile)

massa appesa M



$$\sum \vec{F} \to \begin{cases} \text{centr.} & M a_c = T - Mg\cos\vartheta \\ \text{tang.} & M a_T = -Mg\sin\vartheta \end{cases}$$

coord polari : $a_c = L\left(\frac{d\vartheta}{dt}\right)^2$, $a_T = L\frac{d^2\vartheta}{dt^2}$

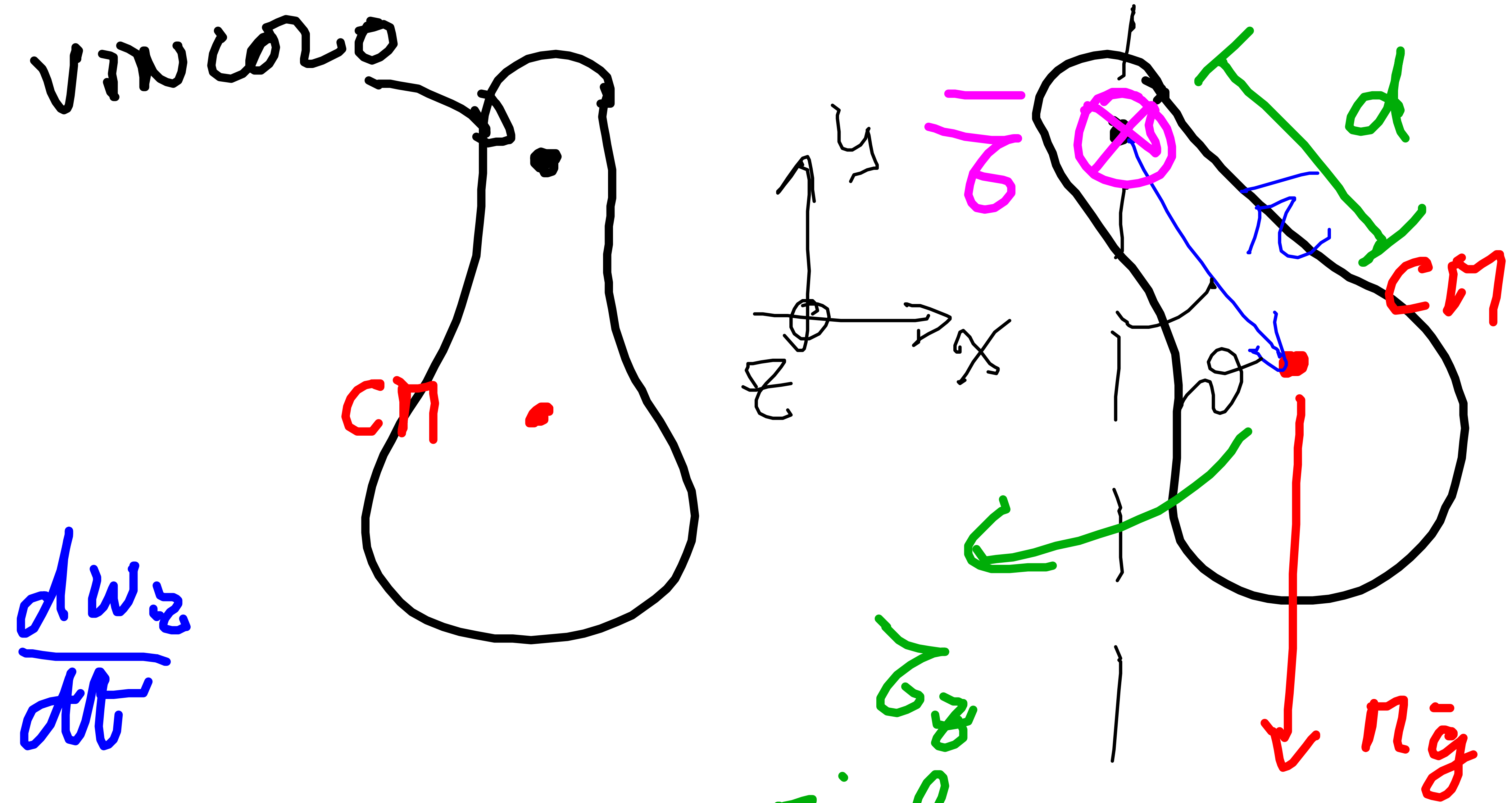
$$\begin{cases} ML\left(\frac{d\vartheta}{dt}\right)^2 = T - Mg\cos\vartheta \\ L\frac{d^2\vartheta}{dt^2} = -g\sin\vartheta \end{cases} \longrightarrow \text{piccoli angoli} \longrightarrow \boxed{\frac{d^2\vartheta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\vartheta}$$

$\sin\vartheta \to \vartheta$

$$\vartheta = \vartheta_{MAX}\cos(\omega t + \phi), \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

Pendolo fisico

$\vec{\tau} = \vec{r} \times (M\vec{g})$ $\quad \tau_z$



richiama l'oggetto verso l'asse

→ moto rotatorio

$$\tau_z = \frac{dL_z}{dt} = \frac{d(I\omega_z)}{dt} = I\frac{d\omega_z}{dt} = I\alpha_z$$

$$\tau_z = -dMg\sin\vartheta = I\alpha_z$$

$\boxed{\text{piccoli angoli } \sin\vartheta \to \vartheta}$ → $\boxed{\alpha_z = -\frac{Mgd}{I}\vartheta}$ → $\vartheta = \vartheta_{MAX}\cos(\omega t + \phi)$

$\omega = \sqrt{g\frac{Md}{I}}$

PULSAZIONE

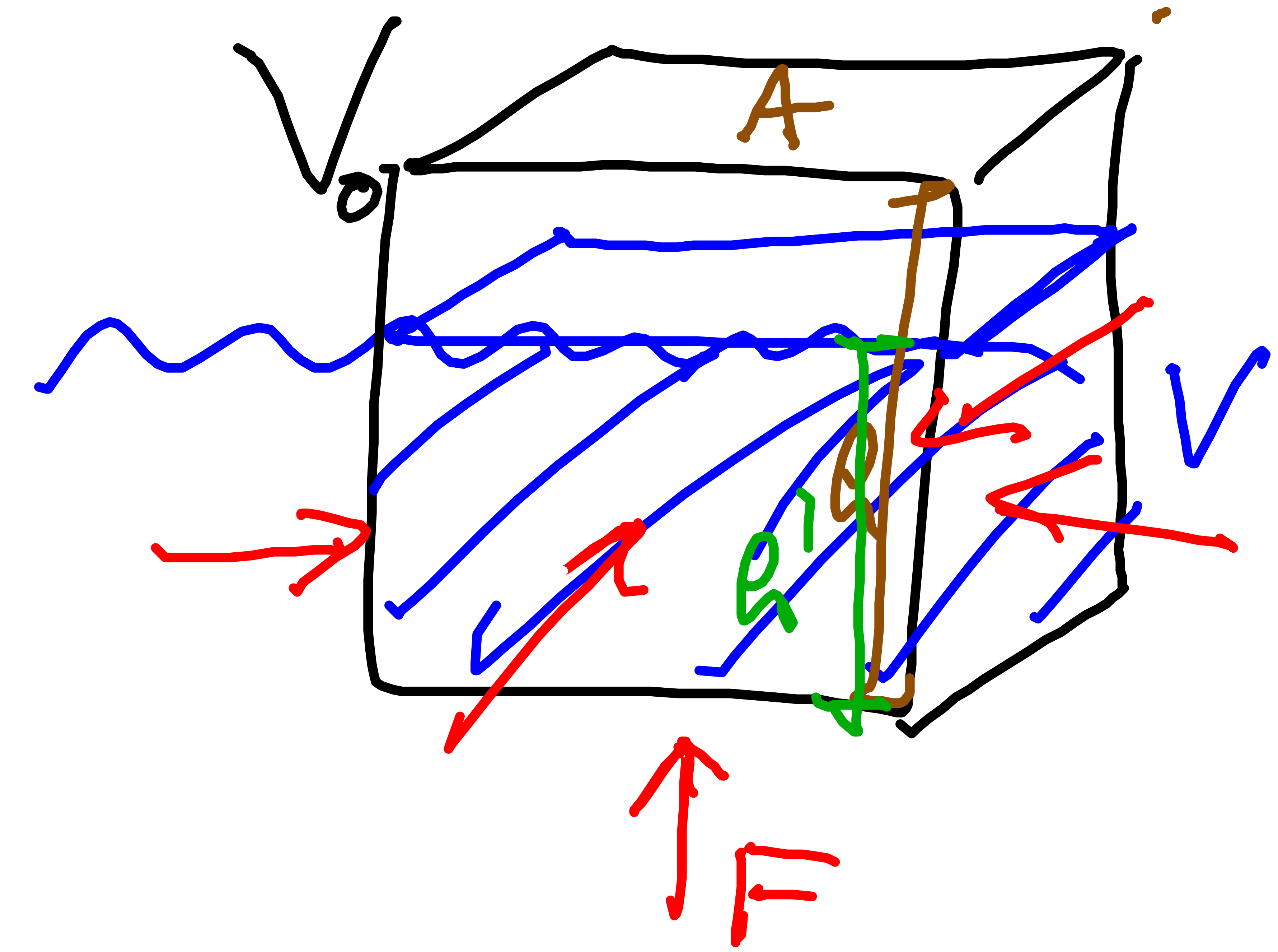
Blocco di ghiaccio che galleggia

$\rho_{GH} = 920\ g/dm^3$

$\rho_{H_2O} = 1030\ g/dm^3$

blocco: parallelepipedo $h = 30\,m$

a) altezza della parte emersa



se nel volume immerso avessi l'acqua al posto del ghiaccio il sistema sarebbe in quiete

→ F sarebbe controbilanciata dal PESO della massa d'acqua

$\rightarrow |\vec{F}| = M_{H_2O}\, g = \rho_{H_2O} V_{immerso}\, g$ PRINCIPIO DI ARCHIMEDE

$M_{GH}\, g = M_{H_2O}\, g \rightarrow \rho_{GH} V_0 = \rho_{H_2O} V \rightarrow \rho_{GH}\, h A = \rho_{H_2O}\, h' A$

$h' = h \dfrac{\rho_{GH}}{\rho_{H_2O}} = 27\,m$