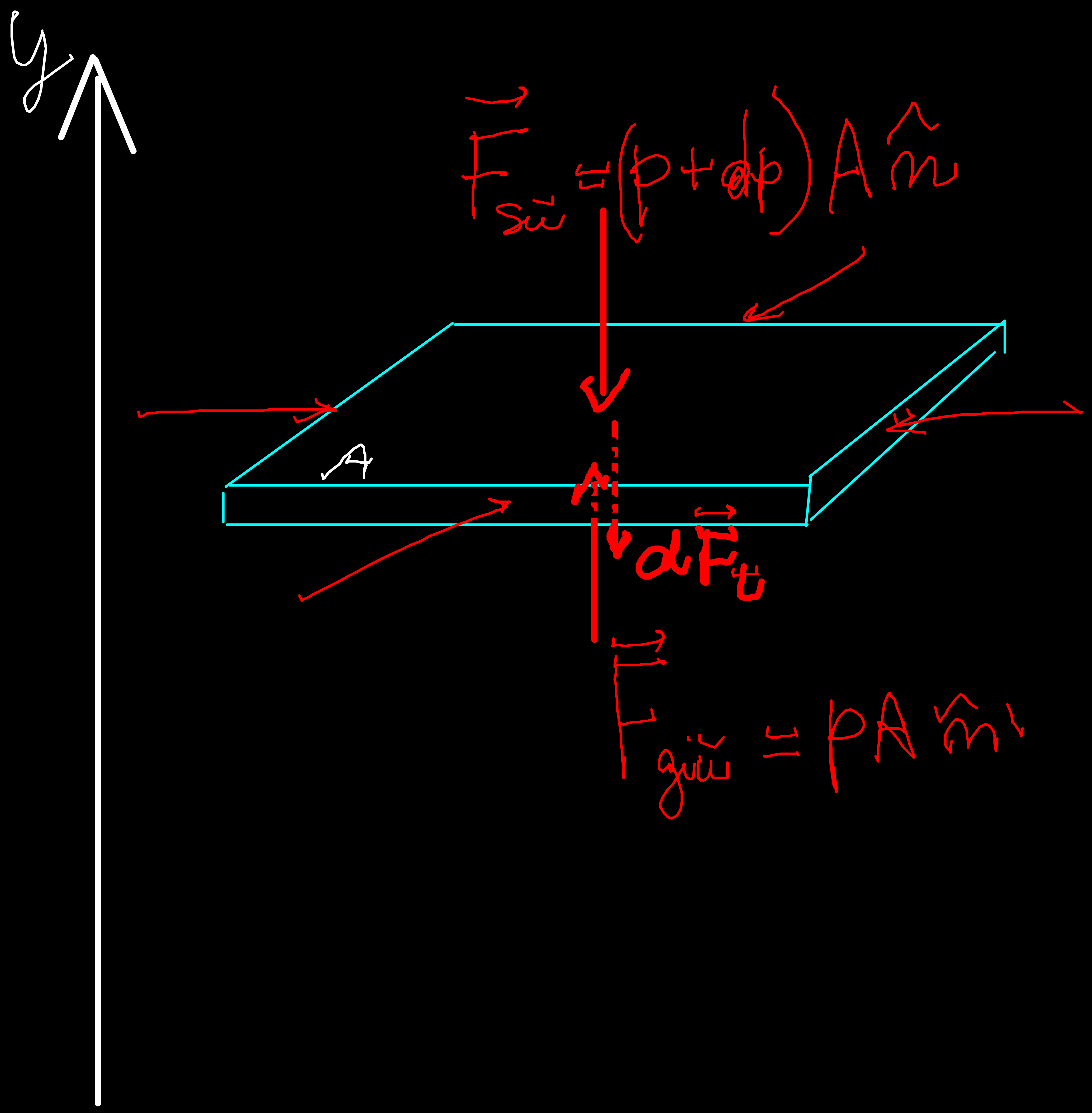


$\forall$ fluido in equilibrio statico

.... $dp = -\rho g\, dy$

1) per fluidi incomprimibili

$\rho = cost$

$p = p_0 + \rho g h$

2) fluidi comprimibili

$$\rho = \rho(h)$$

$$dp = -\rho g\, dy$$

per aria a T cost. $\boxed{\dfrac{p}{p_0} = \dfrac{\rho}{\rho_0}}$

$y = 0$ livello del mare o quota di riferimento

$$dp = -\frac{p}{p_0} \rho_0 g\, dy$$

$$\frac{dp}{p} = -\underbrace{\frac{\rho_0}{p_0} g}_{\approx \text{ cost risp. } y}\, dy \implies \int_{p(y=0)}^{p(y)} \frac{dp}{p} = -\frac{\rho_0}{p_0} g \int_{y=0}^{y} dy$$

$$\ln p - \ln p_0 = -\frac{\rho_0}{p_0} g\, y$$

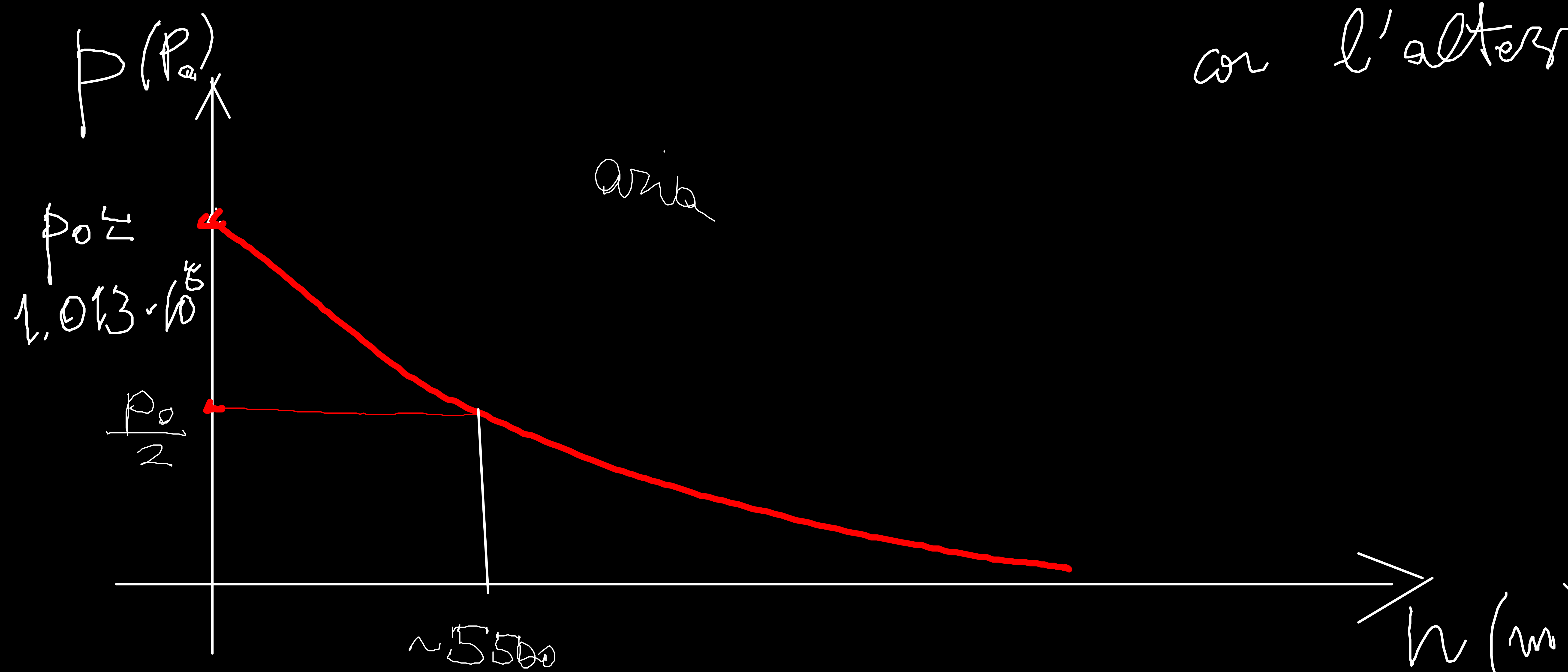
$h \leftrightarrow y$

$$\ln \frac{p(h)}{p_0} = -\frac{\rho_0 g}{p_0} h$$

prendo esponenziale $\quad e^{\ln x} = x$

$$p(h) = p_0 \, e^{-\frac{\rho_0 g}{p_0} h}$$

$\longrightarrow$ la pressione dell'aria decresce esponenzialmente con l'altezza



Esempio 15.4

(a) $p(h) = p_0\, e^{-\gamma h}$

$$\gamma = \frac{\rho_0 g}{p_0}$$

$$\gamma = \frac{1.29\ \frac{Kg}{m^3} \cdot 9.81\ m/s^2}{1.013 \cdot 10^5\ Pa} = 1.25 \cdot 10^{-4}\ m^{-1}$$

$$\frac{p(h=4m)}{p_0} = \underbrace{e^{-\gamma h}}_{0.99950}$$

$$\Delta p = \underbrace{p(h=4m)}_{\text{soffitto}} - \underbrace{p_0}_{\text{pavimento}} = 50\,Pa$$

(b)

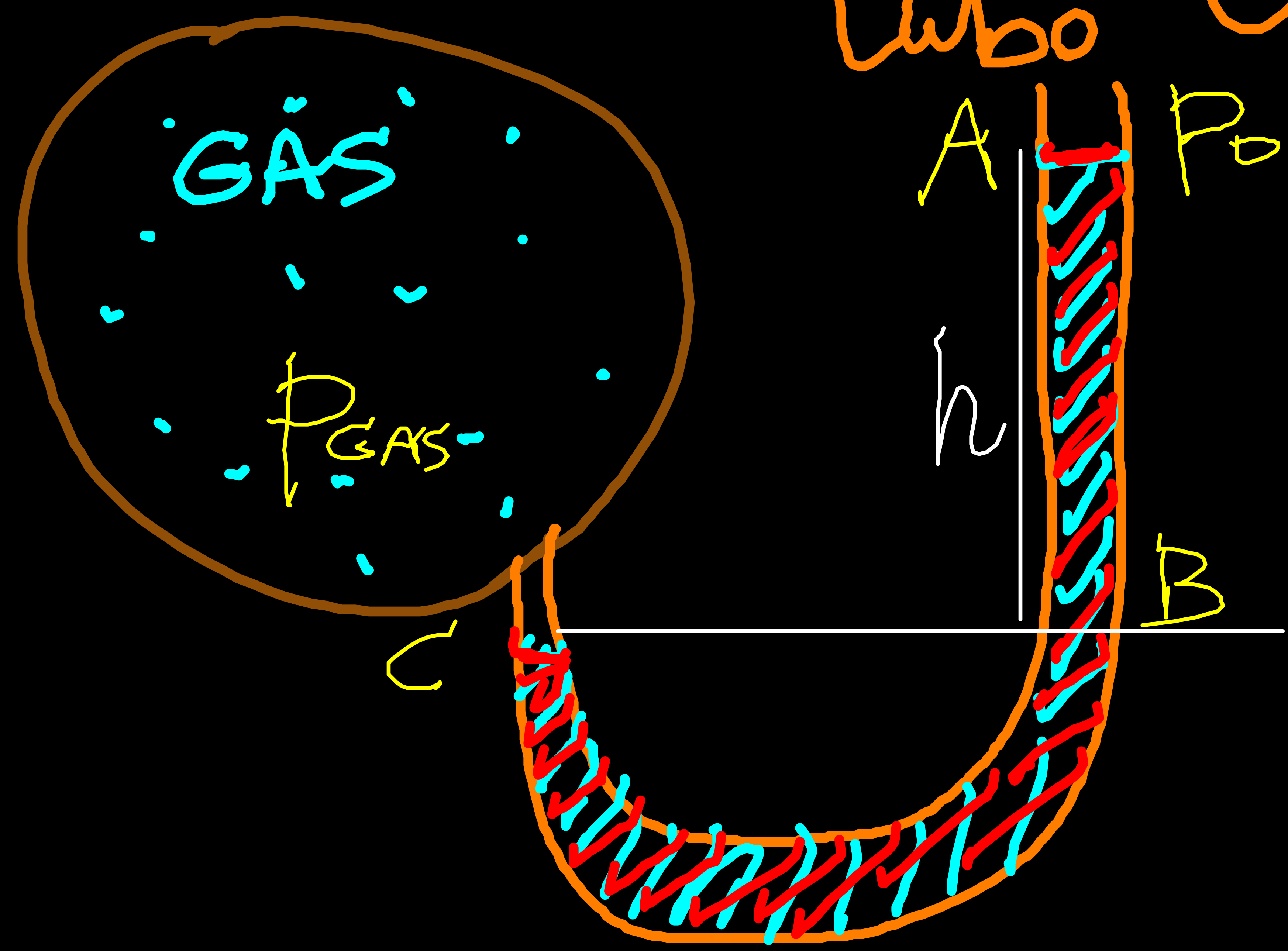
$$\ln \underbrace{\frac{p(h)}{p_0}}_{0.5} = -\frac{\rho_0 g}{p_0} h \qquad -0.693 = -\gamma h$$

$$h = \frac{0.693}{1.25 \cdot 10^{-4}\ m^{-1}} \simeq 5540\ m$$

15% effetto di temp.

Strumenti per misurare pressione

Manometri



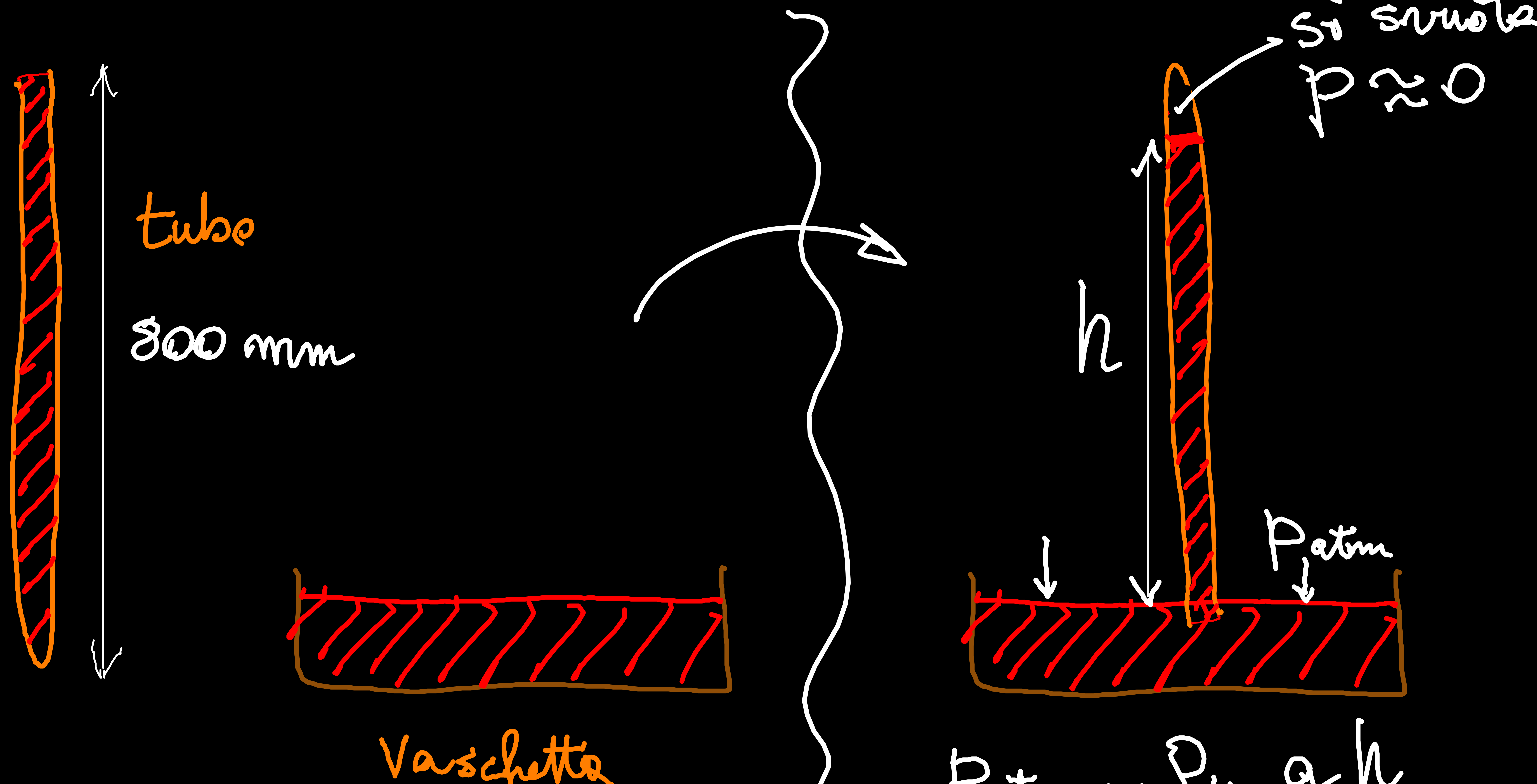
tubo U riempito con un liquido possibilmente molto denso

pressione assoluta $p_{GAS} = p_0 + \rho g h$

Mercurio $\rho_{Hg} = 13.6 \cdot 10^3 \frac{Kg}{m^3}$

pressione relativa $p_{GAS} - p_0 = \rho g h$

Barometri



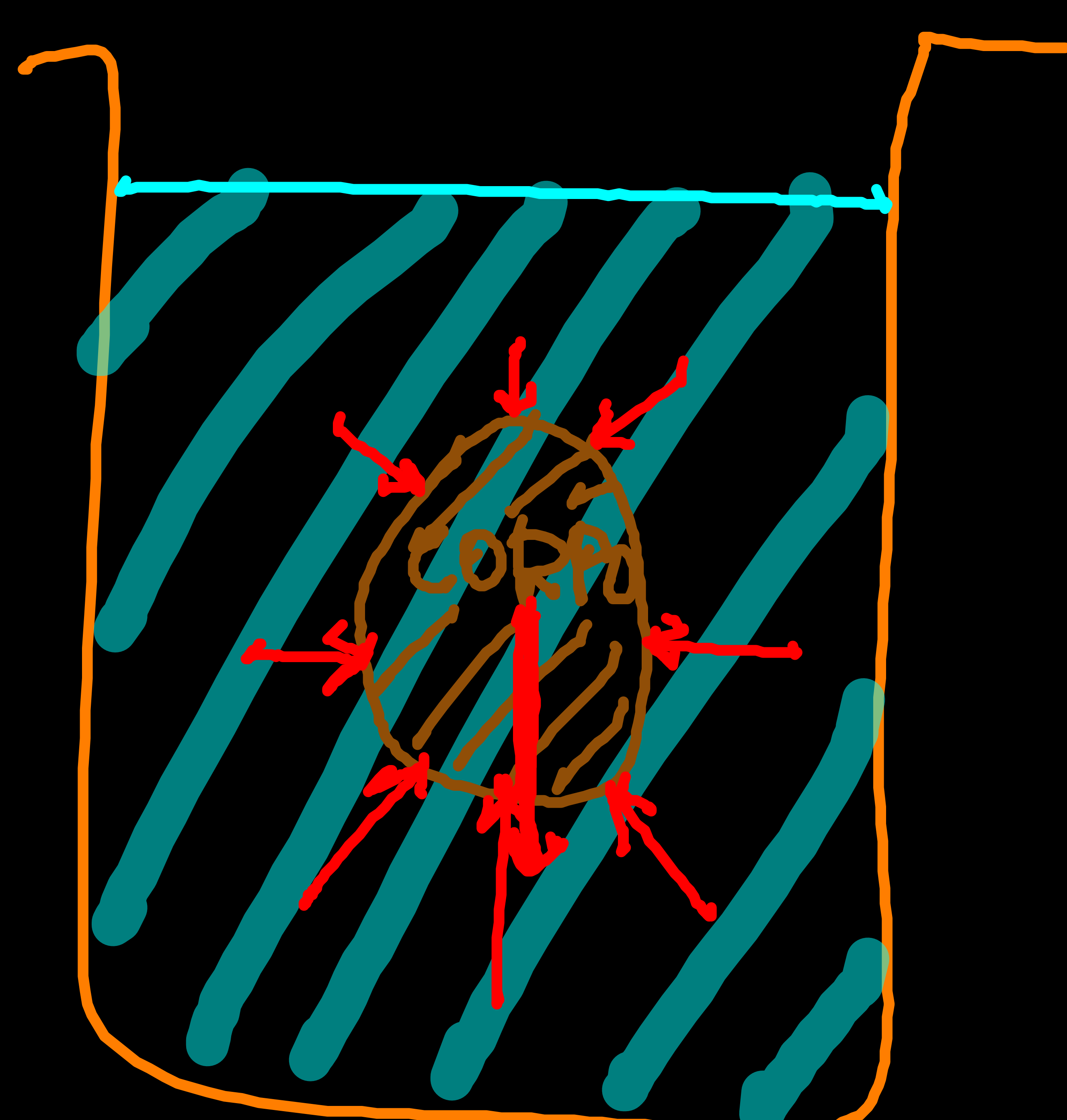
$$P_{atm} = \rho_{Hg}\, g\, h$$

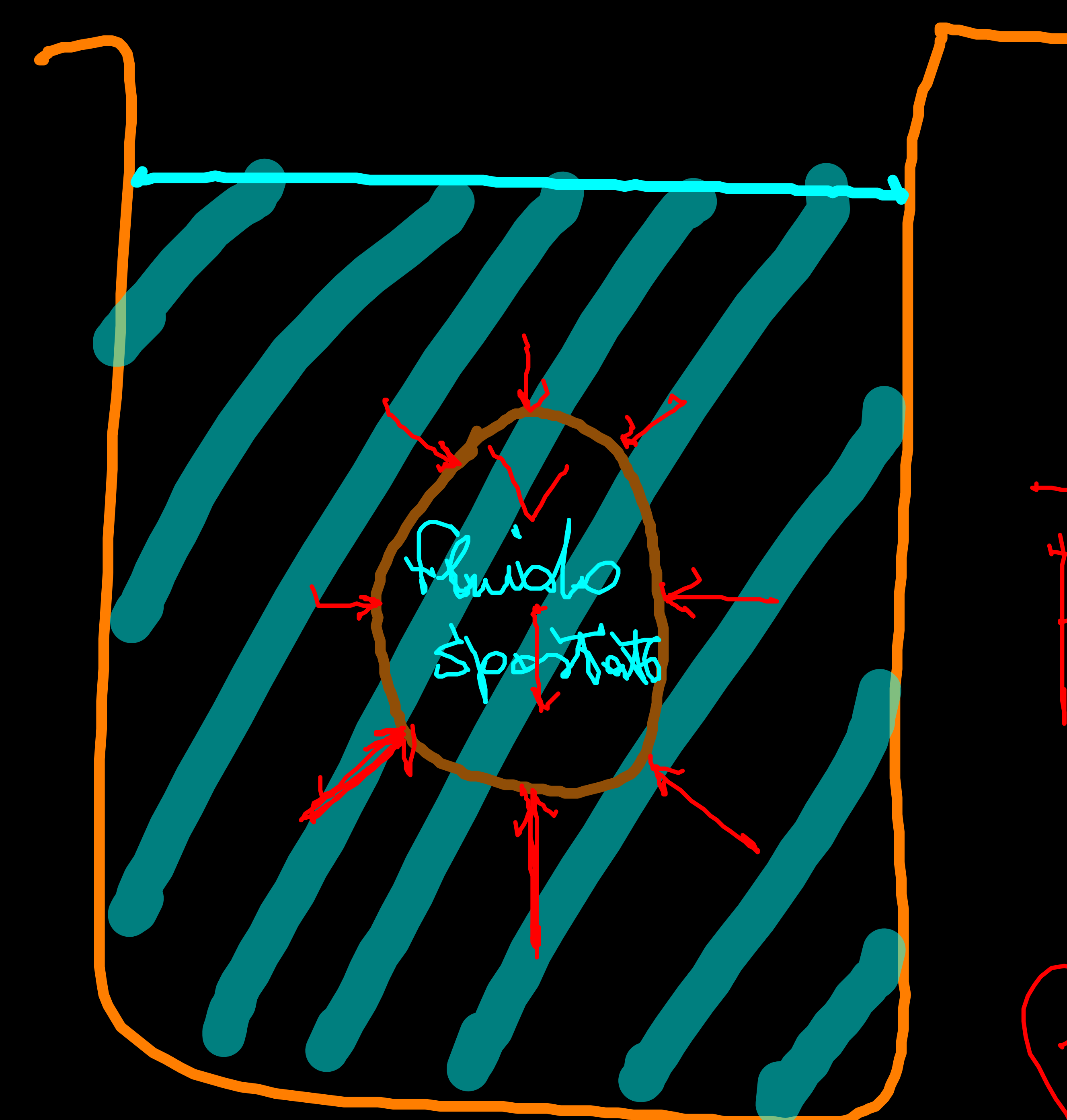
pressione assoluta

Principio di Archimede

Un corpo immerso (parzialmente o completamente) in un fluido riceve una spinta di intensità pari al peso del fluido spostato e diretta verso l'alto lungo la retta passante per il centro di gravità del fluido spostato.

$$F_A = \rho_{fluido}\, g\, V_{\text{parte immersa del corpo}}$$





$$\vec{F}_A = -\rho_{fluido}\, V\, \vec{g}$$

$\rho_{corpo} > \rho_{fluido}$ giù

$\rho_{corpo} < \rho_{fluido}$ sù

15.6 Fluidi in moto → Eq. Bernoulli

Tratto i fluidi in moto prendendone elementi del sistema fluido al continuo: elementi infinitesimi trattati come punti materiali

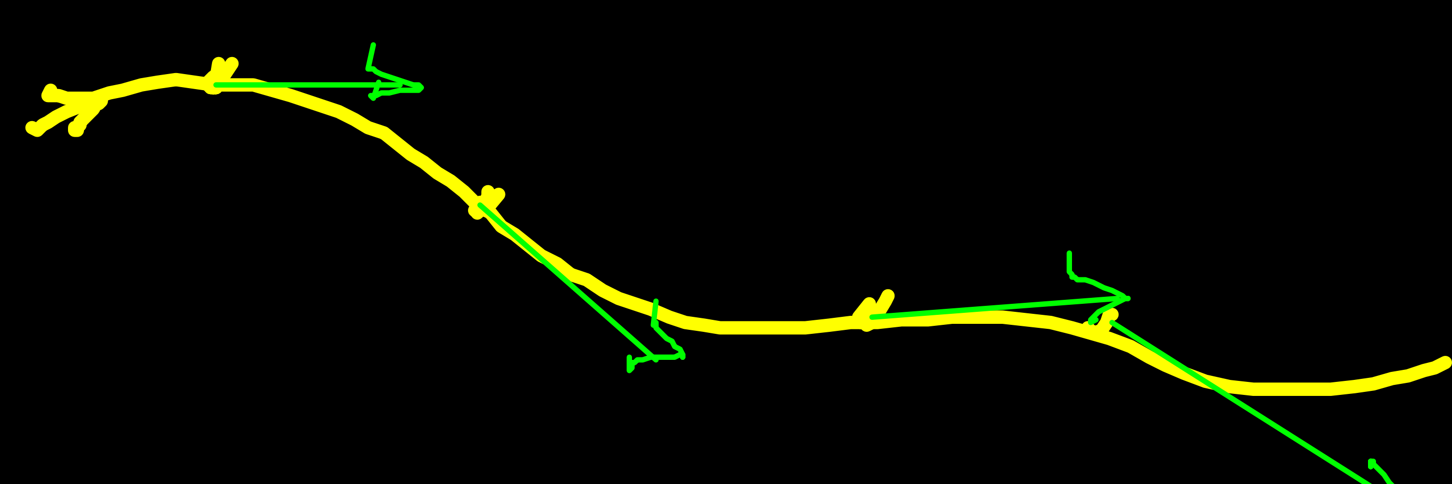
Due regimi per il moto → turbolento (vortici, tipo fumo)

→ $\boxed{\underline{\text{STAZIONARIO}}}$

regime stazionario:

- ρ, P, v costanti in un dato punto, ma possono variare nei diversi punti del fluido.

- <u>Linee di flusso</u>: linee attraverso le quali fluiscono regolarmente le particelle del fluido



in ogni punto $\vec{v}$ tangente alle linee di flusso

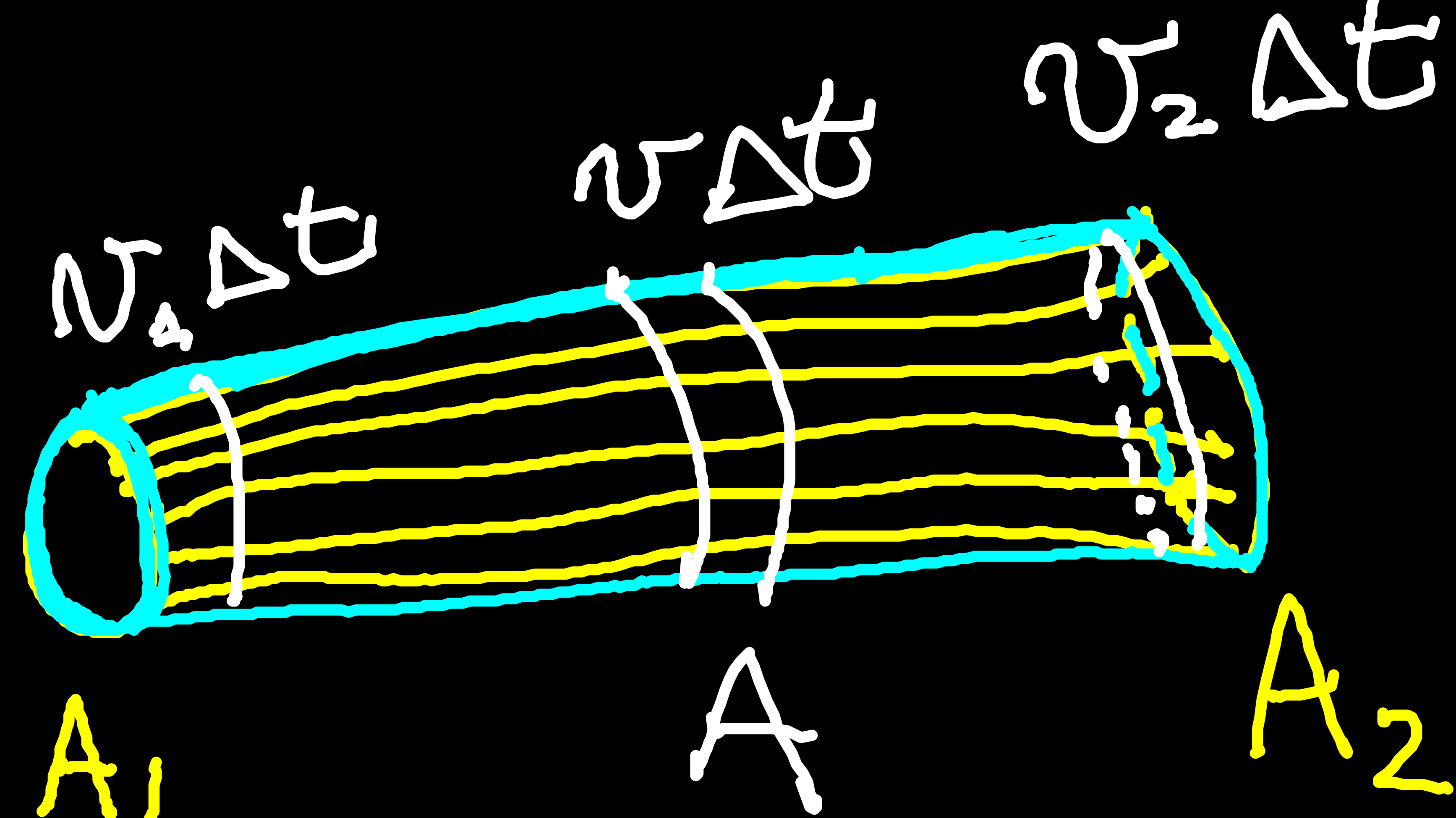
$\Rightarrow$ non si incrociano

Immagino di prendere una sequenza linee di flusso contigue che delimitano

TUBO di FLUSSO $p \quad \rho \quad v$

sono uniformi nella sezione trasversale

se prendo un tubo sottile



$$\Delta t \qquad \Delta V = A v \Delta t$$

$$\Delta m = \rho \Delta V = \rho A v \Delta t$$

la velocità del flusso di massa detta

portata di massa $\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{\rho A v \cancel{\Delta t}}{\cancel{\Delta t}}$

per flussi stazionari costante nel tempo e per tutti i punti (sezioni trasversali) del tubo

$$\rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2$$

equazione di continuità (ha un analogo elettrico)

→ conservazione della massa in fluido stazionario

Nel caso di fluido incomprimibile $\underline{\rho_1 = \rho_2}$

ad es. acqua

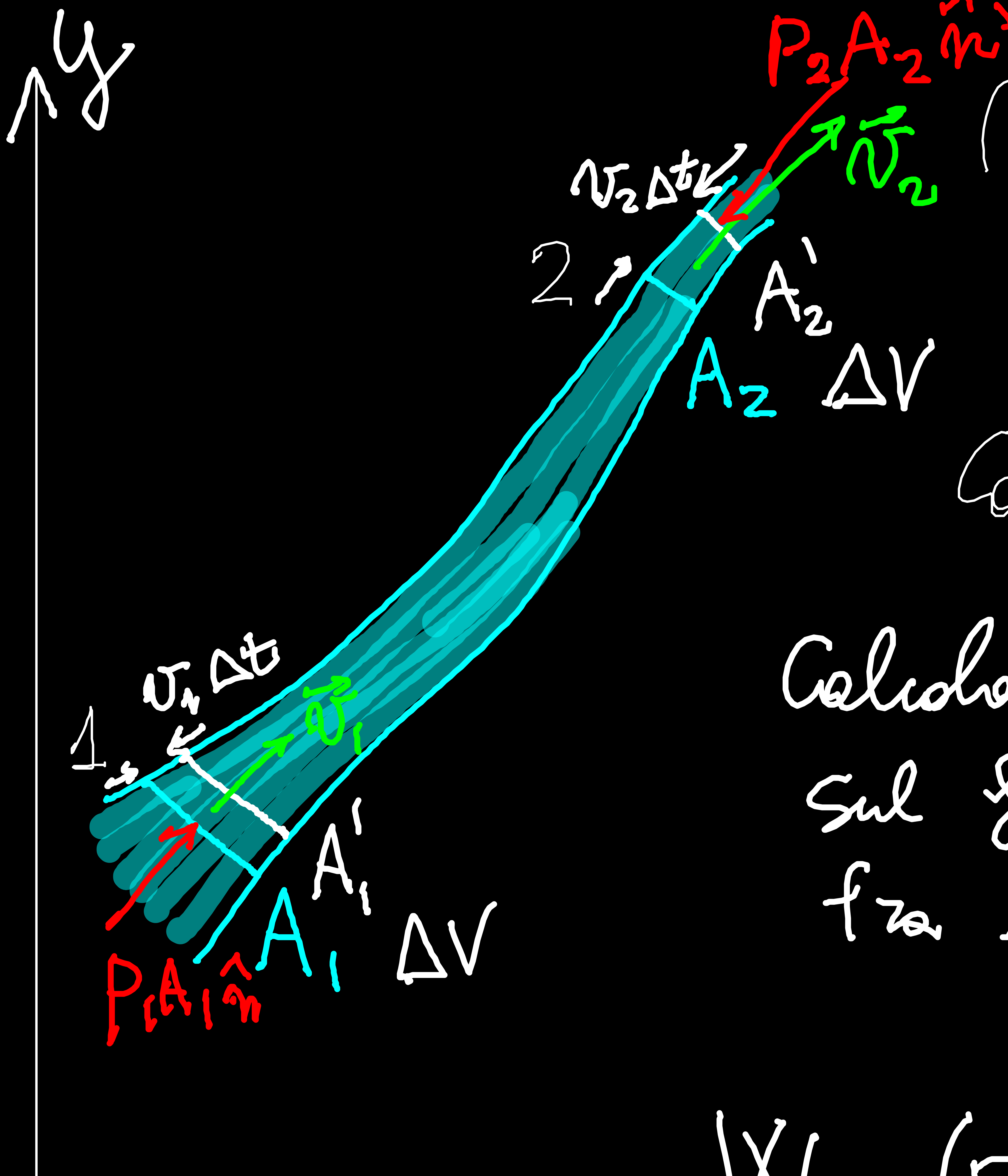
$$v_1 A_1 = v_2 A_2$$

$Q = vA$ portata in volume $\frac{\Delta V}{\Delta t}$

Per gas in cui $\rho_1 \simeq \rho_2$, va bene lo stesso in forma approx

Es: correnti d'aria intorno profilo alare
- condutture del riscaldamento o refrigerazione

$\Big\}$ se variazioni di pressione sono piccole



Velocità altezza pressione
$\vec{v}$ y P
possono variare

Cosa succede in Δt?

Calcolo ora il lavoro W sul fluido inizialmente fra A_1 e A_2 e dopo Δt A_1' e A_2'

$$W = (P_1 A_1)(v_1 \Delta t) - (P_2 A_2)(v_2 \Delta t)$$

$$W = (p_1 A_1)(v_1 \Delta t) - (p_2 A_2)(v_2 \Delta t)$$

uso ingrediente continuità $v_1 A_1 = v_2 A_2$

$$W = (p_1 - p_2)\,\Delta V$$

Uso teorema energia-lavoro

$$W = \Delta E$$

ΔE variazione di energia meccanica delle due porzioni di volume fra $A_1 A_1'$ e $A_2 A_2'$

$$\Delta E = \left(\Delta m_2 g y_2 + \frac{1}{2}\Delta m_2 v_2^2\right)$$
$$- \left(\Delta m_1 g y_1 + \frac{1}{2}\Delta m_1 v_1^2\right)$$

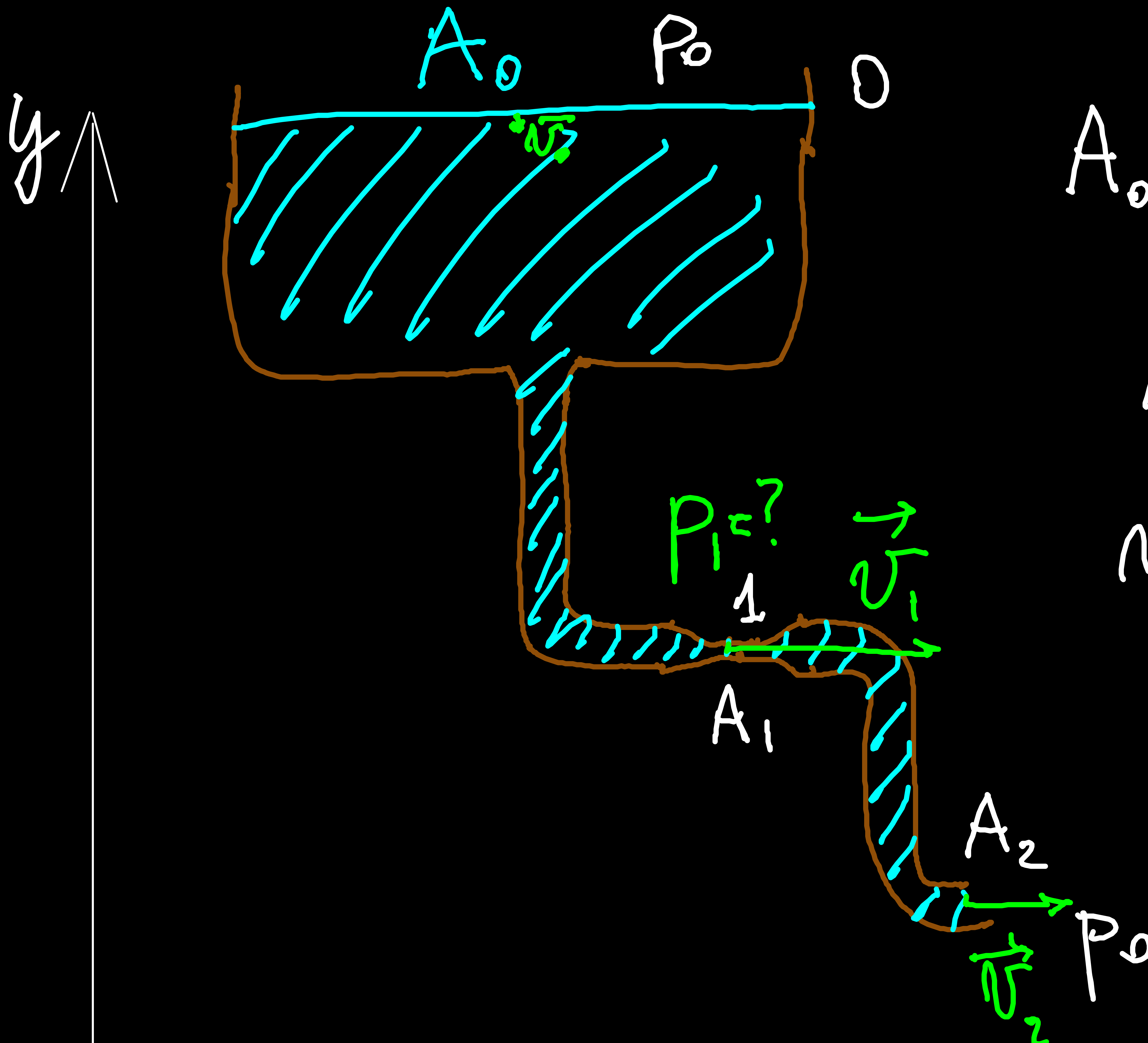
$\Delta m_2 = \Delta m_1$

$$W = \Delta E$$

$$(p_1 - p_2)\Delta V = \Delta m\, g y_2 + \frac{1}{2}\Delta m v_2^2 - \Delta m g y_1 - \frac{1}{2}\Delta m v_1^2$$

divido tutto ΔV

$$\boxed{p_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2}$$



$$A_0 \gg A_2 > A_1$$

$$A_0 v_0 = A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$v_0 \approx 0$ $\quad v_1 > v_2$

Bernoulli

fra A_0 e A_2

$$v_2 = \sqrt{2g(y_0 - y_2)}$$