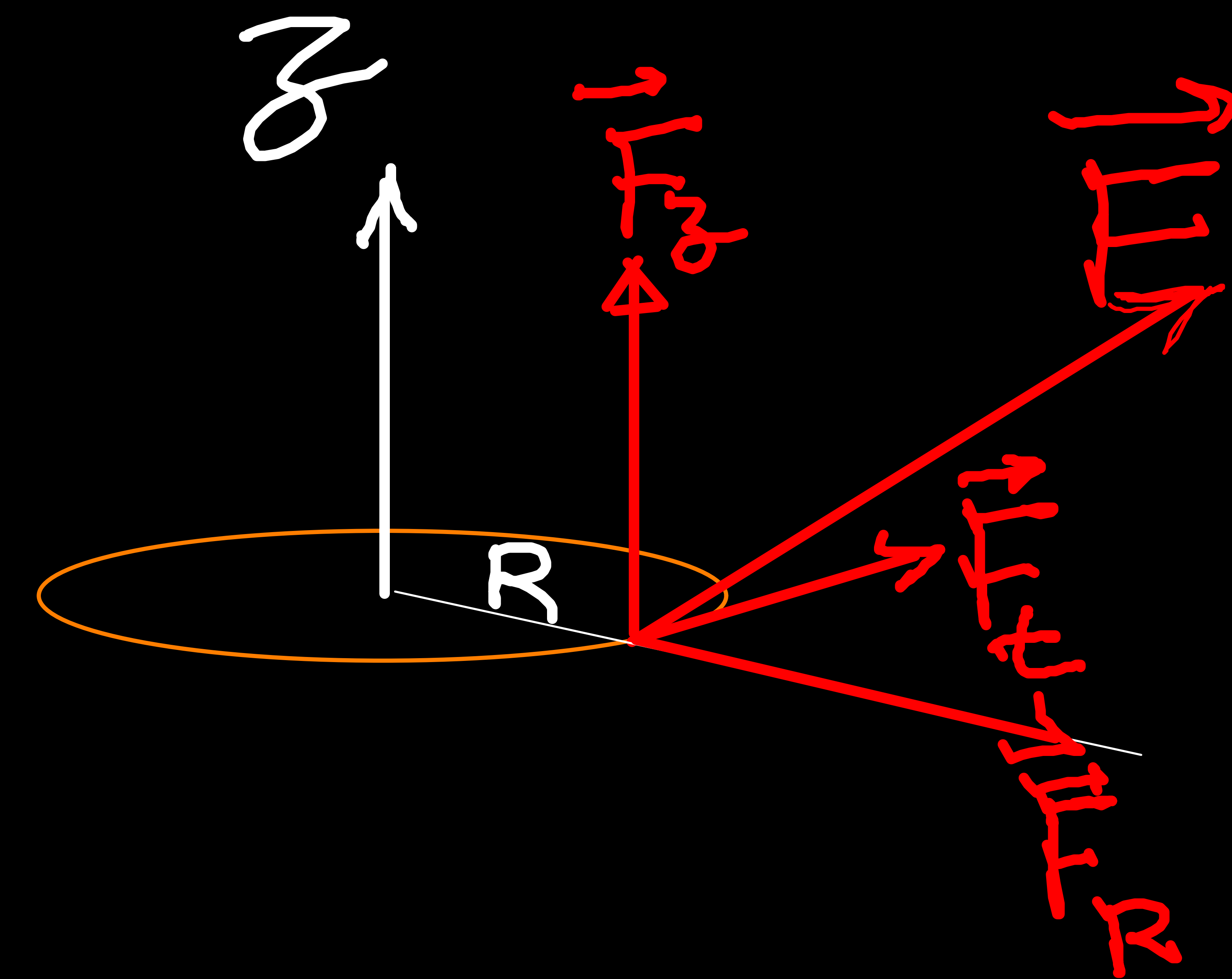


$$\tau_z = (\vec{r} \times \vec{F})_z = (\vec{r} \times [\vec{F}_t + \ldots])$$

$$\vec{F} = \vec{F}_t + \vec{F}_z + \vec{F}_R$$

lungo z!

unico $\neq 0$ $\quad (\vec{r} \times \vec{F}_t)_z = R F_t$

$\Rightarrow$ Nella rotazione conta solo

R distanza dall'asse

F_t componente tangenziale della forza applicata

$$\sum \tau_z = I \alpha_z \quad *$$

Osservazioni ulteriori su I

1) introdotto con K

2) su L_z ritorna! si potrebbe def. anche $L_z = I\omega$

3) lo ritrovo anche $*$! si potrebbe definire anche con $*$, come per m $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

e così si spiega anche il nome!

Esempio 13.5

Momento angolare assiale della Terra

rotazione giornaliera.

In inglese spin angular momentum

$\vec{L}_S$ lo ASSUMO // asse di rotazione terrestre

approx, più precisamente

1) simmetria corpo, assumo terra sfera omogenea

2) dipende dal valore iniziale, effetti giroscopici

$$L_S = I \omega$$

$$L_s = I\omega = 7.2\ 10^{33}\ Kg\ \frac{m^2}{s}$$

$$I_{Sfera} = \frac{2}{5} M_T R_T^2 = 9.8 \cdot 10^{37}\ Kg\, m^2$$

$$M_T = 6.0 \cdot 10^{24}\ Kg$$

$$R_T = 6.4 \cdot 10^6\ m$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{24\cancel{h} \times 3600 \frac{s}{\cancel{h}}} = 7.3 \cdot 10^{-5}\ rad/s$$

Esempio 13.7

$M_A = 94$ Kg

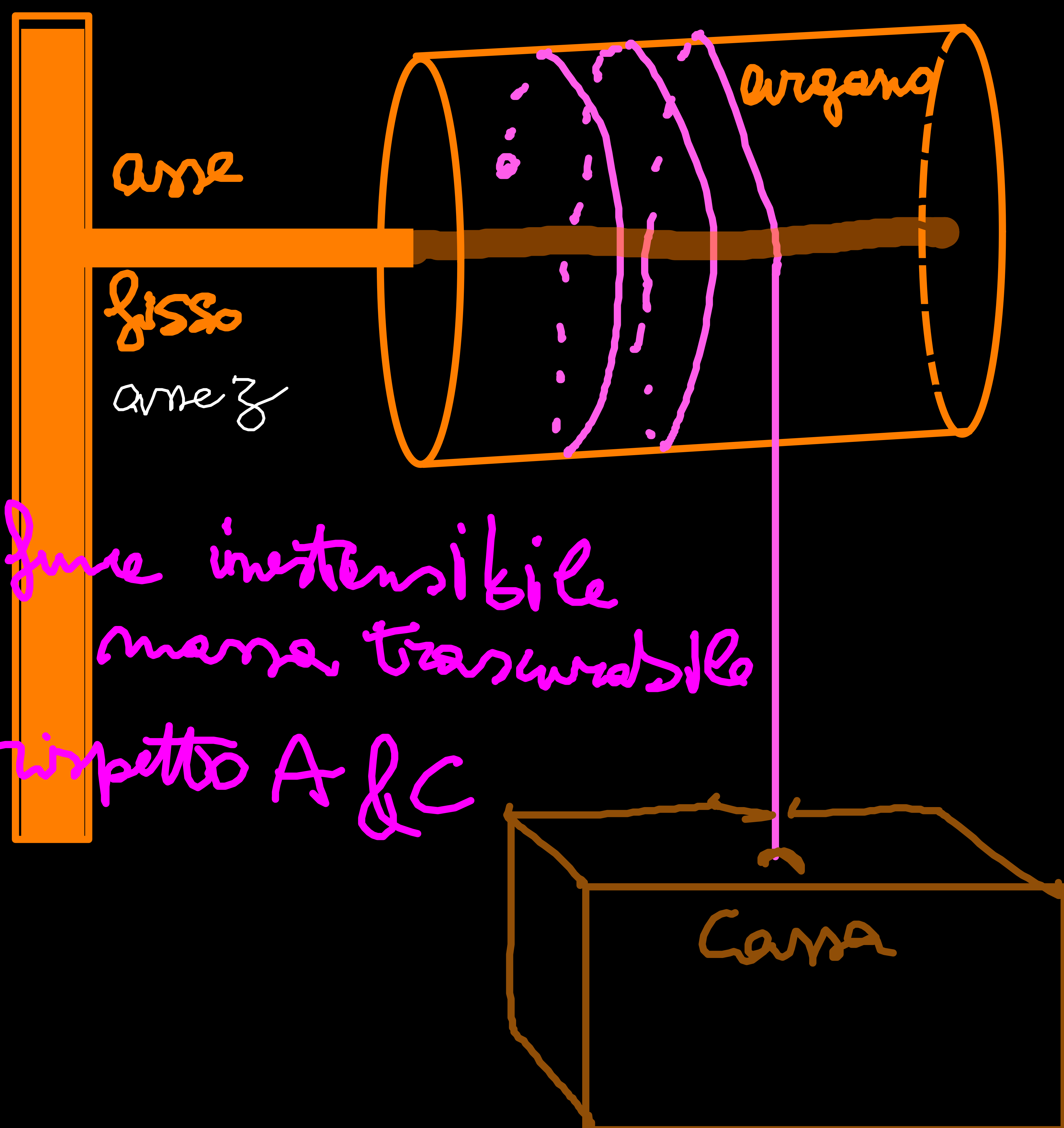
$R_0 = 83$ mm

$M_C = 35$ Kg

trascurare attriti

(a) $|\vec{a}| = a$ cassa

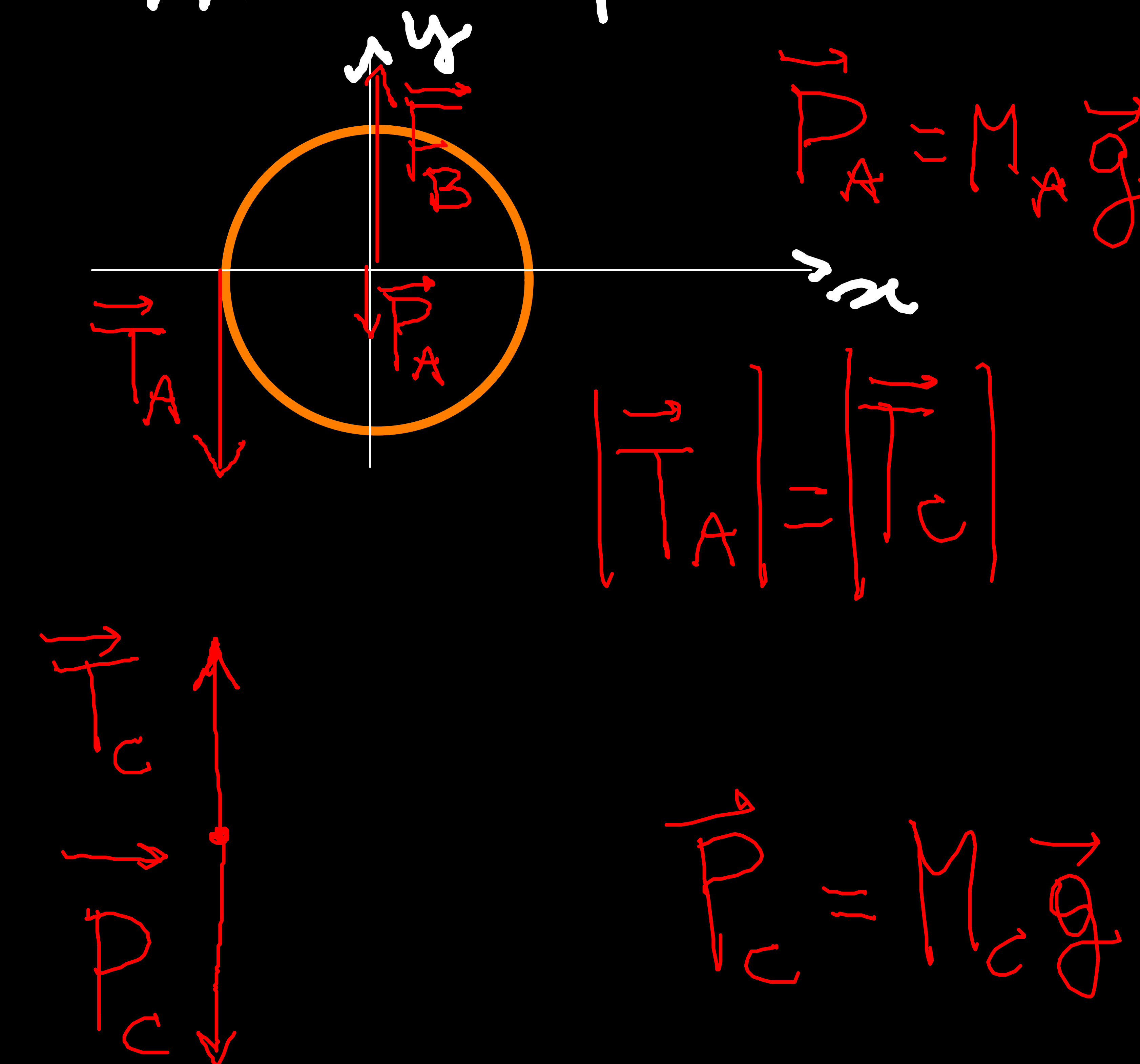
(b) T fune



Diagrammi a corpo libero

ARGANO

CASSA



(1) $\vec{F}_B + \vec{P}_A + \vec{T}_A = 0$

indice B ball bearing = cuscinetto a sfera

Newton x argano

(2) $\sum \vec{\tau} = I\vec{\alpha} \longrightarrow \vec{\tau}_{\vec{T}_A} = I\vec{\alpha}$

$\vec{\tau}_{\vec{F}_B} = 0$ e $\vec{\tau}_{\vec{P}_A} = 0$ per qq. polo sull'asse z

(3) $\vec{P}_C + \vec{T}_C = M_C \vec{a}$

Newton x cassa

Proietto le eq. vettoriali (1) (2) (3) lungo y e z

(1) lungo y $\quad F_{By} + T_{Ay} + P_{Ay} = 0$

(2) lungo z $\quad T_A R_0 = I \alpha_z$

(3) lungo y $\quad P_{Cy} + T_{Cy} = M_C a_y$

Proietto le eq. vettoriali (1) (2) (3) lungo y e z

(1) lungo y $\quad F_{By} + \underbrace{T_{Ay}}_{-T} + \underbrace{P_{Ay}}_{-M_A g} = 0$

(2) lungo z $\quad T_A R_0 = I \alpha_z$

(3) lungo y $\quad \underbrace{P_{Cy}}_{-M_C g} + \underbrace{T_{Cy}}_{T} = \underbrace{M_C a_y}_{-M_C a}$

Inoltre

dato che fune inestensibile

$$\alpha_z = \frac{a}{R_0}$$

$$(2) \quad T R_0 = \frac{1}{2} M_A R_0^2 \, \frac{a}{R_0} \longrightarrow T = \frac{1}{2} M_A a$$

Sostituisco T in (3)

$$(3) \quad -M_c g + \frac{1}{2} M_A a = -M_c a$$

$$\left(M_c + \frac{1}{2} M_A\right) a = M_c g \longrightarrow a = \frac{M_c}{M_c + \frac{1}{2} M_A} g$$

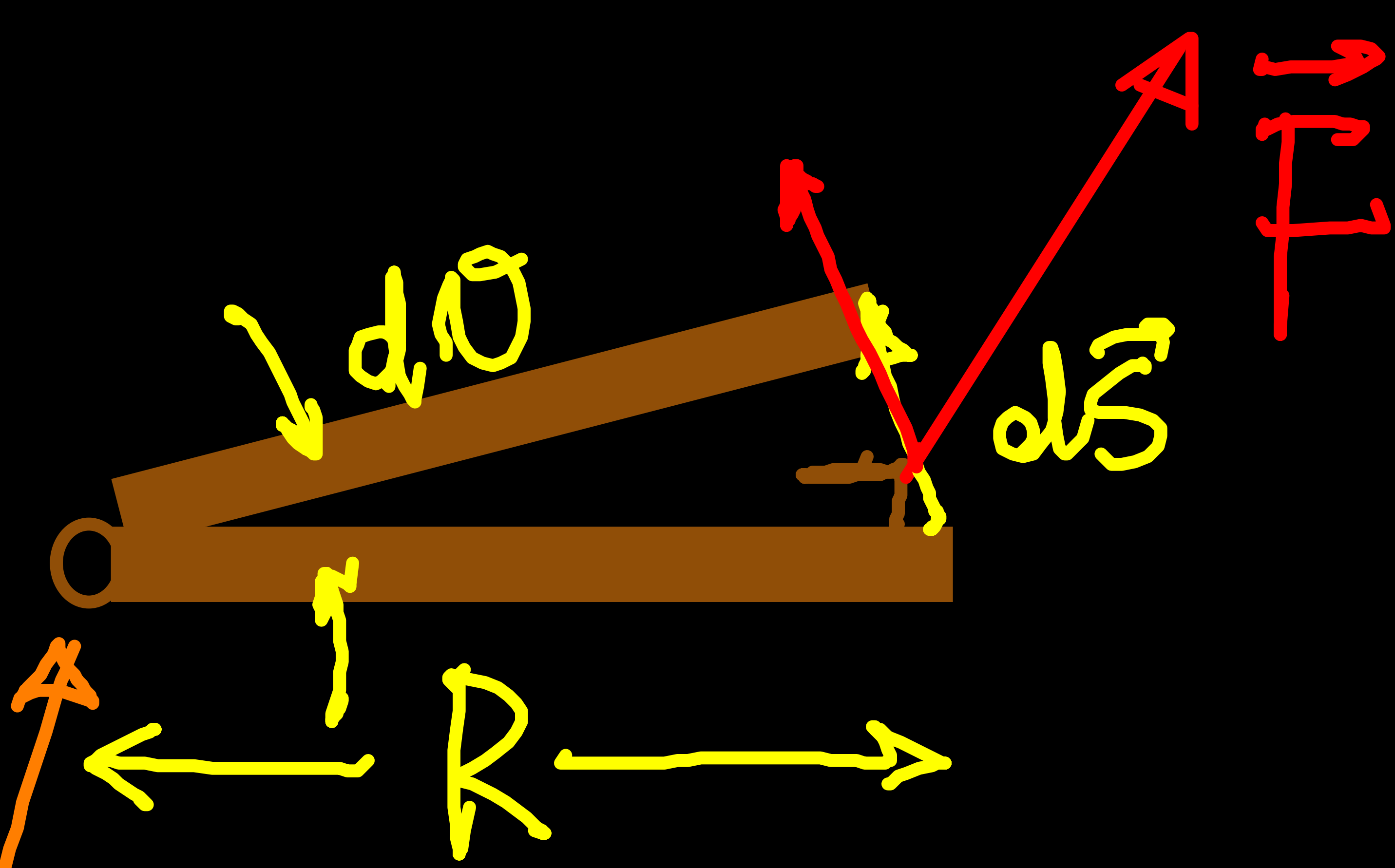
$$\rightarrow a < g$$

Ricavo infine $T = \frac{1}{2} M_A a = 200\,N$ $\quad a = 4.2\,m/s^2$

a sua volta $T < T_{statico} = M_c g = 343N$

13.5 Lavoro ed energia x Corpi rigidi in rotazione

Porta
Vista
dall'alto



asse
fisso
di rotazione

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} \overset{!}{=} F_t (R\, d\theta) = \underbrace{(F_t R)}_{\tau_z} d\theta$$

$$\boxed{dW = \tau_z \, d\theta}$$

per rotazioni finite

$$W = \int dW = \int_{\vartheta_i}^{\vartheta_f} \tau_z \, d\theta$$

analogo traslatorio 1D era $\int F_x \cdot dx$

se il momento è costante

$$W = \tau_z \int_{\vartheta_i}^{\vartheta_f} d\theta = \tau_z \Delta\theta$$

Osservazioni:

- attenzione ai "giri" 2π

- attenzione ai segni ϑ e τ_z

ϑ positivo x rot. antioraria rispetto asse di rotazione z

τ_z $\pm$ rispetto all'asse z

Equivalente del teorema energia-lavoro

$$dW_{tot} = \underbrace{\sum \tau_z}_{\text{tutti i momenti agenti sul corpo rigido}} d\vartheta = \left(\sum \tau_z\right) d\vartheta$$

$$= I\alpha_z \, d\vartheta = I \frac{d\omega_z}{dt} d\vartheta$$

$$= I \frac{d\omega_z}{dt} \underbrace{\frac{d\theta}{dt}}_{\omega_z} dt = I \underbrace{\left(\omega_z \frac{d\omega_z}{dt}\right)}_{\frac{1}{2}\frac{d}{dt}(\omega_z^2)} dt \underset{\text{per } I \text{ costante}}{=} \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} I \omega_z^2\right) dt$$

$$W_{tot} = \int dW_{tot} = \int_{t_1}^{t_2} \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} I \omega_z^2\right) dt$$

$$= \int_i^f d\left(\frac{1}{2} I \omega_z\right) = \frac{1}{2} I \omega_f^2 - \frac{1}{2} I \omega_i^2$$

Potenza istantanea

$$P = \frac{dW}{dt} = \tau_z \frac{d\theta}{dt} = \tau_z \omega_z$$

$$K_{tot} = \frac{1}{2} M v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I_{cm} \omega^2$$

$$W_{tot} = \underbrace{\int_{t_1}^{t} \sum \vec{F}_{ext} \cdot \vec{v}_{cm} \, dt}_{\text{traslazioni del cm.}} + \underbrace{\int_{t_1}^{t_2} \sum \vec{\tau}_{ext} \cdot \vec{\omega} \, dt}_{\text{rotazioni attorno asse passante cm}}$$

Osservazione rispetto ai sistemi di punti materiali:

Per corpi rigidi le forze interne non fanno lavoro

13.6 Conservazione del momento angolare per corpo rigido

$$\sum \vec{\tau}_{ext} - \vec{v}_0 \times \vec{P} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

se $\sum \vec{\tau}_{ext} = 0$ e se $\vec{v}_0 \times \vec{P} = 0$

allora si conserva $\vec{L}$ $\qquad \frac{d\vec{L}}{dt} = 0$

In sospeso

1) laboratorio
non si potrà fare in presenza
entro maggio
forse in remoto

2) Esami