Impulso

Forze impulsive esercitate $\underbrace{\Delta t}_{\text{limitato}}$

Es. tennis
$\Delta t \approx 10\ ms$

in Δt si trascurano le altre forze

$\vec{F}$ la forza impulsiva

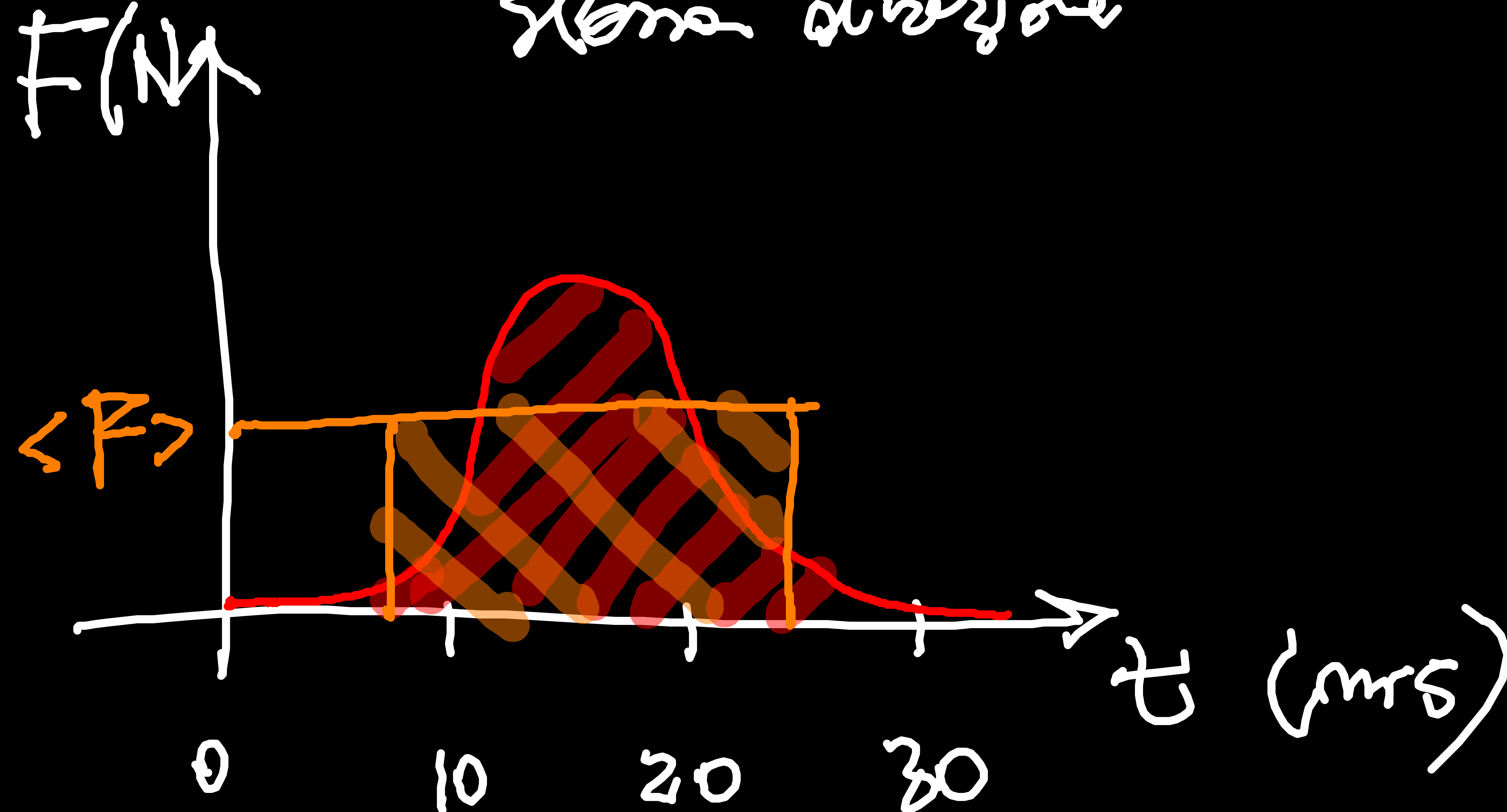
$$\sum \vec{F}_i \underset{\uparrow \atop \text{durante } \Delta t}{\approx} \boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

$$d\vec{p} = \vec{F}\,dt$$

$$\int_{\vec{p}_i}^{\vec{p}_f} d\vec{p} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}\,dt$$

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}\,dt$$

assumo che agisca sempre nella stessa direzione



$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}\, dt = \langle \vec{F} \rangle \Delta t$$

Definisco $\vec{J} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}\, dt = \langle \vec{F} \rangle \Delta t$

$$\boxed{\vec{J} = \Delta \vec{p}}$$

a.k.a.

Teorema dell'impulso

Esempio 10.8 : Stima ordini di grandezza

Martello $m = 0.3\,Kg$

$\Delta t \approx 0.01\,s$

$a = 4g$ tempo caduta $t = 0.5\,s$

$v_{iy} = at = 20\,m/s$ $\quad \vec{v}_f \approx -\frac{1}{2}\vec{v}_i$

y

$$\vec{J}_y = p_{fy} - p_{iy} = (0.3\,Kg)(-10\,m/s) - (0.3\,Kg)(20\,m/s)$$

$$\overset{!}{=} -9\,Kg\,m/s$$

$$J_y = -9\ N\cdot s$$

forza media agente sul martello

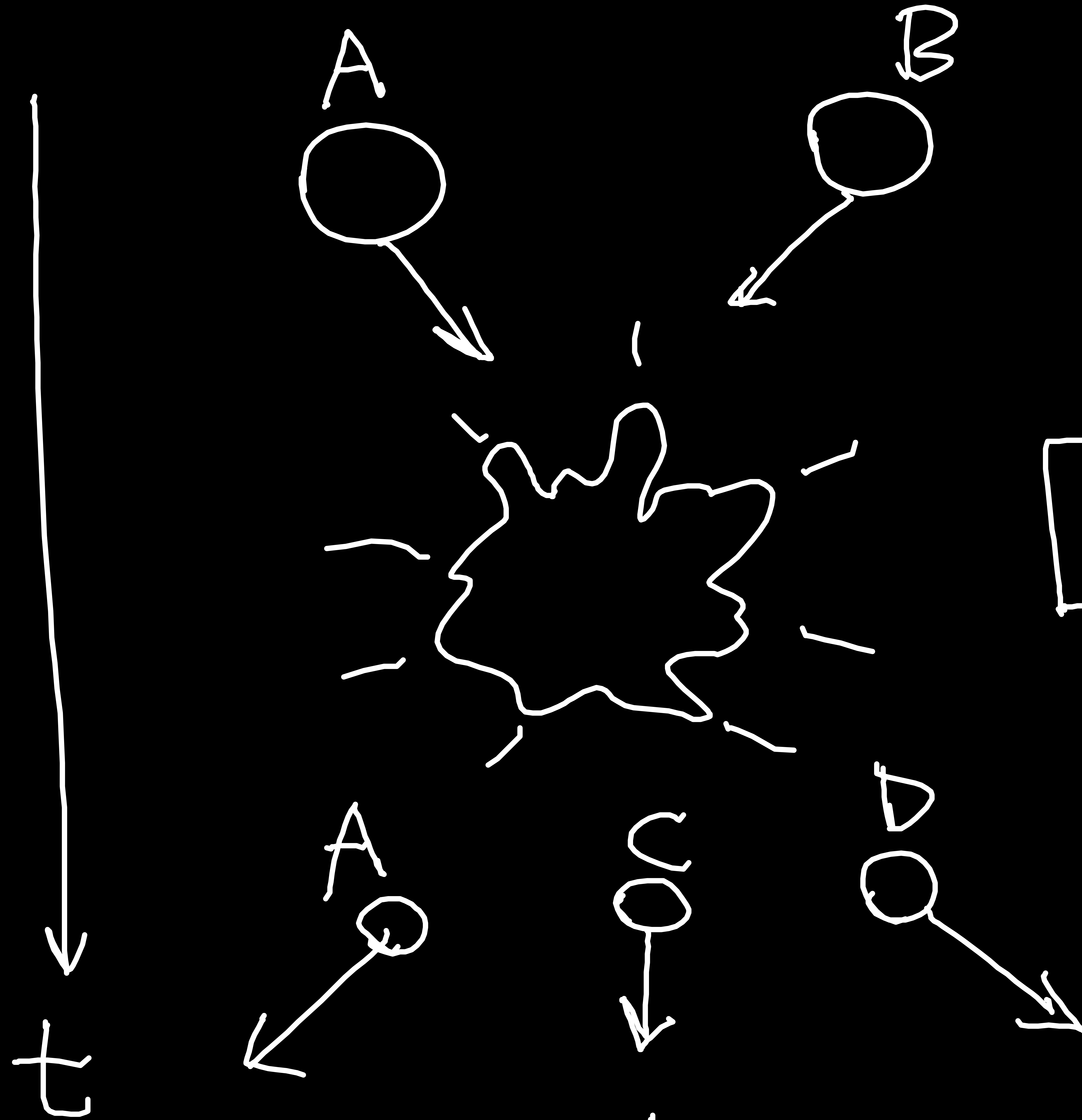
$$\langle F_y \rangle = \frac{J_y}{\Delta t} = -900\ N = -9\cdot 10^2\ N$$

X 3° princ. $\langle F_y^{\text{chiodo}} \rangle = -\langle F_y \rangle$

10.7 Urti.

utile $\vec{p}$

Urti interazioni fra 2 (o più) corpi in una regione limitata nel tempo e nello spazio



fase iniziale "i"

$\boxed{\text{durante}}$ l'urto

Δt limitato

fase finale "f"

Se "durante" l'urto le forze esterne esercitano un impulso trascurabile,*
l'effetto sulla $\Delta\vec{p}$ è trascurabile

$\Rightarrow$ la quantità di moto del sistema si conserva!

* Questa condizione non si verifica se ci sono reazioni vincolari tra le forze esterne

In genere negli urti

voglio mettere in relazione

$\vec{v}_i$ di tutti i corpi

$\vec{v}_f$ " " " "

Es. 2 corpi puntiformi $\overset{i}{\underset{1}{A}}\ \underset{2}{B} \longrightarrow \overset{f}{\underset{1}{A}}\ \underset{2}{B}$

$$m_1 \quad m_2 \quad \vec{v}_{1i} \quad \vec{v}_{2i} \longrightarrow \underbrace{\vec{v}_{1f} \quad \vec{v}_{2f}}_{6 \text{ incognite}}$$

Condizione $\Delta \vec{P} = 0$

solo 3 eq.

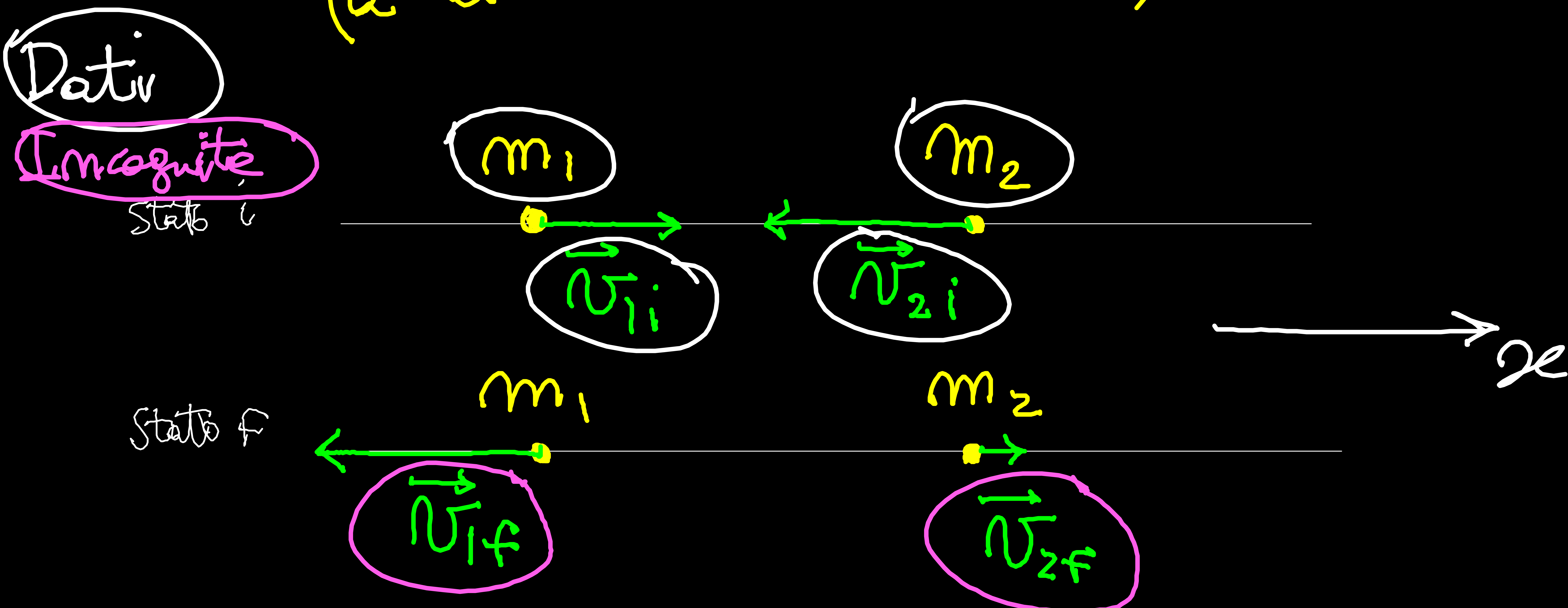
In generale più incognite che eq.

Anche caso prec. $A + B \longrightarrow A + B$
nella cond. urto unidimensionale
2 incognite, $\Delta \vec{P} = 0$ solo 1 eq.
Devo fare ricorso ad altre informazioni!

Urti elastici $\boxed{1D}$

si conserva energia cinetica

(a livello atomico OK)



proiezioni x , ometto indice x

Cons. q.m. / cons. en. cin

$$\begin{cases} m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \\[2ex] \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \quad / 2 \times \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1 (v_{1i} - v_{1f}) = m_2 (v_{2f} - v_{2i}) & * \\[2ex] m_1 (v_{1i}^2 - v_{1f}^2) = m_2 (v_{2f}^2 - v_{2i}^2) & ** \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \quad v_{1i} + v_{1f} = v_{2f} + v_{2i} \qquad \frac{**}{*}$$

$$\underbrace{v_{1i} - v_{2i}}_{\text{velocità relativa di 1 rispetto 2}} = -(v_{1f} - v_{2f})$$

Si invertono nell'urto

a) CASO Particolare NOTEVOLE

corpo 2 inizialmente fermo $v_{2i}=0$

$$\begin{cases} m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \\ v_{2f} = v_{1i} + v_{1f} \end{cases}$$

$\vdots$

$$\begin{cases} v_{1f} = v_{1i}\,\dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \\ v_{2f} = v_{1i}\,\dfrac{2m_1}{m_1 + m_2} \end{cases}$$

a) $v_{2i} = 0$

$$\begin{cases} v_{1f} = v_{1i} \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \\ v_{2f} = v_{1i} \dfrac{2 m_1}{m_1 + m_2} \end{cases}$$

1) masse $m_1 = m_2$

$$\begin{cases} v_{1f} = 0 \\ v_{2f} = v_{1i} \end{cases}$$

Scambio di velocità

Sbocciata!

2) $m_1 \gg m_2$

$$\begin{cases} v_{1f} \simeq v_{1i} \dfrac{\cancel{m_1}}{\cancel{m_1}} = v_{1i} \\ v_{2f} \simeq v_{1i} \dfrac{2\cancel{m_1}}{\cancel{m_1}} = 2 v_{1i} \end{cases}$$

3) $m_1 \ll m_2$

$$\begin{cases} v_{1f} \simeq v_{1i} \dfrac{-\cancel{m_2}}{\cancel{m_2}} = -v_{1i} \\ v_{2f} \simeq v_{1i} \dfrac{2 m_1}{m_2} \simeq 0 \end{cases}$$

b) caso generale unidim. elastico

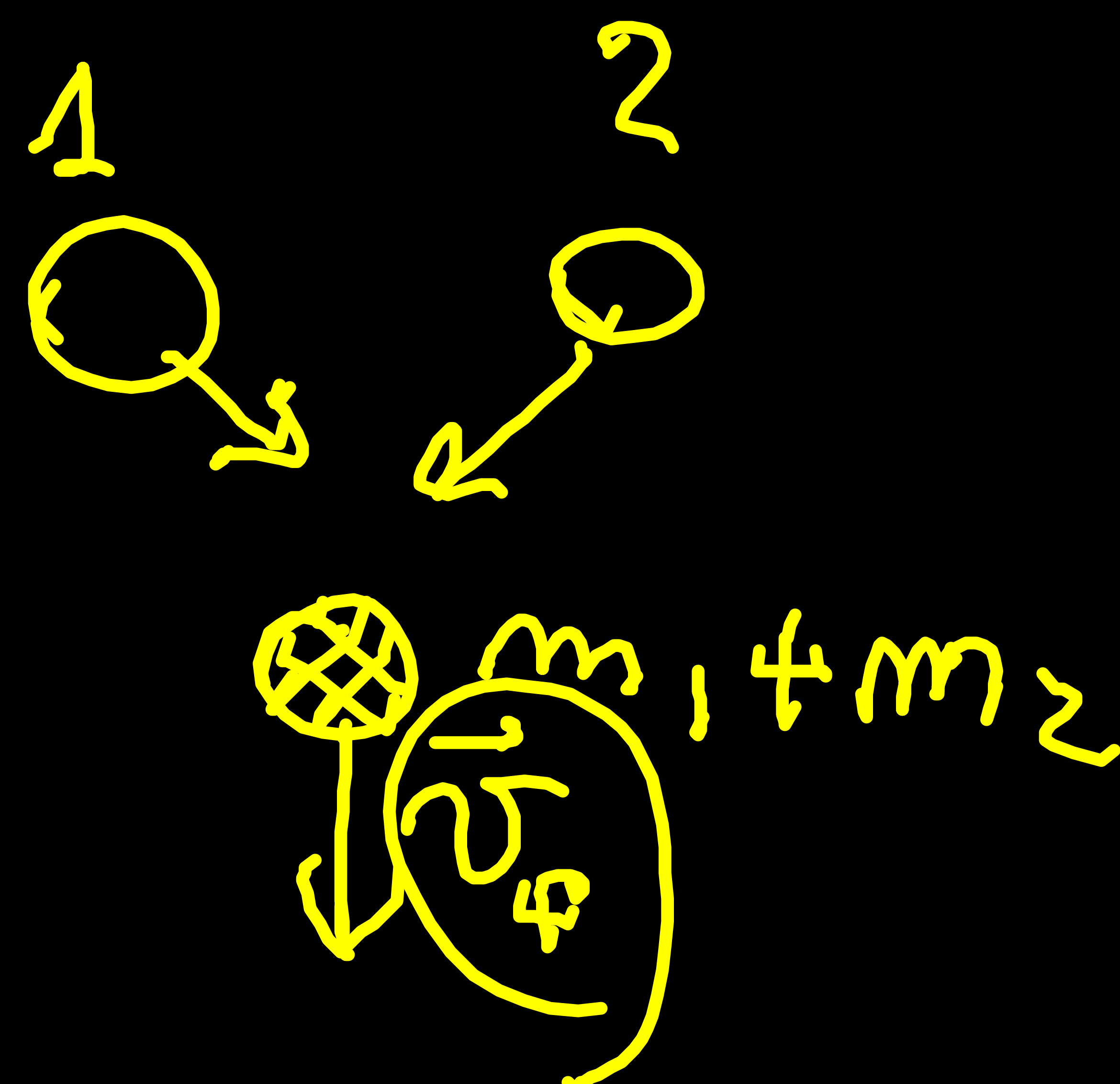
$$\begin{cases} m_1 (v_{1i} - v_{1f}) = m_2 (v_{2f} - v_{2i}) \\ v_{1i} + v_{1f} = v_{2f} + v_{2i} \end{cases}$$

$$\vdots$$

$$\begin{cases} v_{1f} = \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} + \dfrac{2 m_2}{m_1 + m_2} v_{2i} \\ v_{2f} = \dfrac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_{2i} + \dfrac{2 m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} \end{cases}$$

Urto completamente anelastico 1D:

i due corpi rimangono attaccati



$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2) v_f$$

$$v_f = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2}$$

non si cons. en. cinetica

Urti 2D e 3D

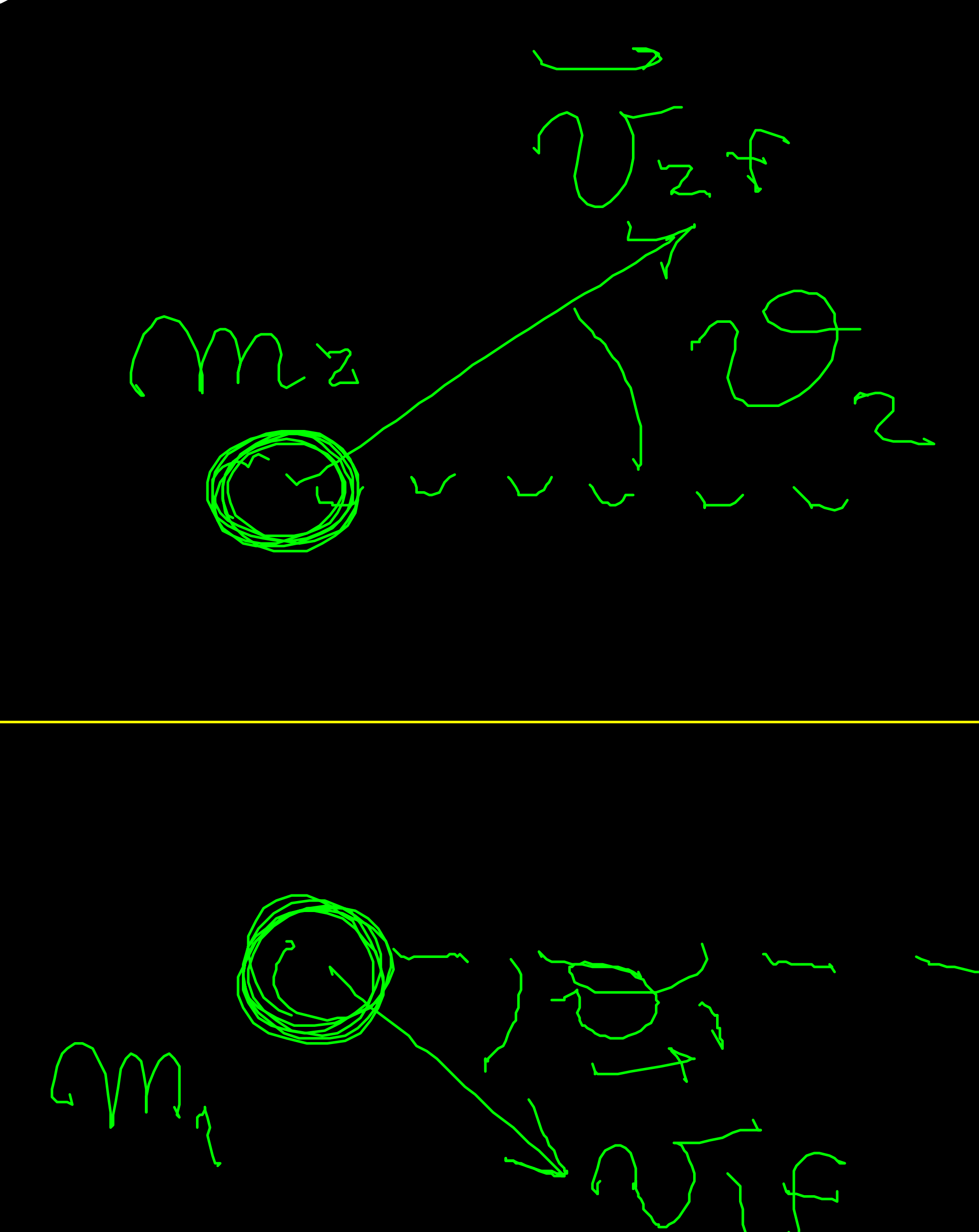
2D biliardo 2 corpi → 2 corpi

4 incognite $|\vec{v}_{1f}|$ $|\vec{v}_{2f}|$ ϑ_1 ϑ_2

m_1 m_2

i $\quad$ $\vec{v}_{1i}$

f



Anche se elastico, solo 2+1 eq.